

INSPECCIÓN DE EDUCACIÓN

Documentos de Trabajo, 15

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS, 4.º DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA

Plan general de actuación de la Inspección Educativa.



Viceconsejería de Educación
CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN

Comunidad de Madrid

**EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS,
4º DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
OBLIGATORIA**



Comunidad de Madrid

CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN

Viceconsejería de Educación



Biblioteca Virtual

CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN
Comunidad de Madrid

Esta obra está editada por la
Subdirección General de Inspección
Educativa de la Viceconsejería de
Educación de la Comunidad de Madrid

Preimpresión

Ilustración 10, Servicios Gráficos

Impresión

BOCM

Tirada: 1.500 ejemplares

DL.: M-4.272-2006

ISBN: 84- 451-2793-4

Printed in Spain

Esta versión digital de la obra impresa
forma parte de la Biblioteca Virtual de
la Consejería de Educación de la
Comunidad de Madrid y las
condiciones de su distribución y
difusión de encuentran amparadas por
el marco legal de la misma.

www.madrid.org/edupubli

edupubli@madrid.org

EQUIPO COORDINADOR DEL PROYECTO

M^a Dolores de Prada Vicente (Coordinadora) José Maria Merino Arribas
José Maximino García González Francisco Martín Casalderrey
Miguel Ruiz Moreno Miguel Ángel Fernández García-Cuerva
Fernando Tebar Cuesta José Luis García García
Agustín Velasco Garrido Sagrario Chinarro Familiar

ELABORACIÓN DEL INFORME

José Maximino García González
José Antonio López Varona
Fernando Tébar Cuesta

ELABORACIÓN Y CORRECCIÓN DE LAS PRUEBAS

Subdirección General de Inspección Educativa:
Miguel Ángel Fernández García-Cuerva
Francisco Martín Casalderrey
María Dolores de Prada Vicente
Fernando Tebar Cuesta
Miguel Ruiz Moreno
José Maximino García González

PROFESORES

Carmen Brito Fernández
Ana García Azcárate
Carmen Da Veiga
M^a Eugenia Gorostiza
Fernando Murillo Larraz
Ángel Fernández-Giro Horcajuelo
Jesús García Gual
Luis Alberto Angulo Gutiérrez
María José Oliveira González
M^a Yolanda Sánchez Baro
Maquetación: Francisco Martín Casalderrey

Aplicación:
Inspectores de la Comunidad de Madrid

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	13
1. EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS EN 4º DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA	15
1.1. Plan de Evaluación	16
1.1.1. <i>Objetivos</i>	16
1.1.2. <i>Competencias o rasgos que se van a medir</i>	16
1.1.3. <i>Población y muestra</i>	16
1.1.4. <i>Tipo de muestreo</i>	17
1.1.5. <i>Distribución de la muestra por estratos</i>	18
1.1.6. <i>Carácter de la prueba</i>	19
1.2. Diseño de la prueba	22
1.2.1. <i>El dominio de los conocimientos que han de ser evaluados</i>	22
1.2.2. <i>Construcción de un banco de ítems</i>	24
1.2.3. <i>Forma de las preguntas</i>	24
1.2.4. <i>Modo de puntuación</i>	24
1.2.5. <i>Forma de la prueba</i>	24
1.3. Pilotaje de la prueba	25
1.4. Aplicación de la prueba	25
1.5. Composición de la prueba	26
1.6. Distribución del número de alumnos que han contestado a la prueba	26
1.7. Distribución de los ítems	30
1.7.1. <i>Distribución de los ítems en la prueba</i>	30
1.7.2. <i>Distribución de los ítems según bloques de contenido</i>	32
1.7.3. <i>Distribución de los ítems referidos a operaciones cognitivas</i>	32
1.7.4. <i>Distribución de los ítems según modelos e índices de dificultad</i> ...	33
1.7.5. <i>Distribución de los ítems según modelos, índices de dificultad y bloques de contenido</i>	35
1.8. Recogida de datos. Técnicas de medida	36
1.9. Teoría clásica de los test (TCT)	36
1.10. Teoría de respuesta al ítem o del rasgo latente (TRI)	37
1.10.1. <i>Determinación de los rendimientos de los alumnos. Teoría de respuesta al ítem</i>	39

2. RESULTADOS	43
2.1. Análisis desde la teoría clásica de los test (TCT)	43
2.1.1. <i>Resultado global y por modalidad</i> <i>en la Comunidad de Madrid</i>	44
2.1.2. <i>Resultados globales por modalidades por Dirección</i> <i>de Área Territorial (D. A. T.)</i>	45
2.1.3. <i>Resultados globales y por modalidad según titularidad</i>	46
2.1.4. <i>Resultado global y por modalidad según sexo de los alumnos</i>	46
2.2. Análisis de los resultados, según los distintos bloques de contenido	47
2.2.1. <i>Rendimiento global y por modalidades</i>	47
2.2.2. <i>Rendimiento en porcentaje medio de aciertos según</i> <i>Direcciones de Área Territorial y bloques de contenido</i>	49
2.2.3. <i>Rendimiento en porcentaje medio de aciertos,</i> <i>según titularidad y bloques de contenidos</i>	51
2.2.4. <i>Rendimiento en porcentaje medio de aciertos,</i> <i>según sexo y bloque de contenidos</i>	52
2.2.5. <i>Resultados según los distintos bloques de contenido</i>	52
2.3. Análisis de los resultados, según operaciones cognitivas	56
2.4. Análisis de los resultados desde la teoría de respuesta al ítem (TRI)	63
2.4.1. <i>Descripción de los niveles de competencia</i>	63
3. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS EN PUNTUACIONES TRI	69
3.1. Resultados en la escala TRI	70
3.2. Resultados TRI por titularidad	71
3.3. Resultados TRI por Área Territorial	72
3.4. Resultados TRI por sexo	74
4. RENDIMIENTO DE LOS ALUMNOS AL FINAL DE LA EDUCACIÓN SECUNDARIA	79

5. CONCLUSIONES Y PROPUESTAS	83
5.1. Conclusiones	83
5.2. Propuestas	85
6. EJEMPLOS DE PREGUNTAS DE DISTINTOS GRADOS DE DIFICULTAD	89
6.1. Bloque de Aritmética y Álgebra	89
6.2. Bloque de Geometría	90
6.3. Bloque de Funciones y Gráficos	92
6.4. Bloque de Estadística y Probabilidad	94
7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	98
ANEXO I. PARÁMETROS DE LOS DIFERENTES ÍTEMS DE LA PRUEBA	103
ANEXO II. CURRÍCULO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA. MATEMÁTICAS	107
ANEXO III. ASPECTOS BÁSICOS DEL CURRÍCULO DE LA EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA	111
1. INTRODUCCIÓN	111
2. OBJETIVOS	112
3. CONTENIDOS	113
3.1. Primer Curso	113
3.2. Segundo Curso	113
3.2.1. <i>Criterios de Evaluación</i>	113
3.3. Tercer Curso	115
3.3.1. <i>Criterios de Evaluación</i>	115
3.4. Cuarto Curso	117
3.4.1. <i>Criterios de Evaluación</i>	117

PRESENTACIÓN

Respondiendo a nuestro objetivo de favorecer de manera continua la mejora de los aprendizajes en los centros docentes de nuestra Comunidad, esta Viceconsejería, a través de la Subdirección General de Inspección Educativa, publica el presente estudio de los resultados de la *Evaluación de matemáticas en 4º curso de Educación Secundaria Obligatoria*. Este estudio está directamente relacionado con el que recoge el *Documento de Trabajo, nº 9, de la Inspección Educación –Evaluación del Rendimiento Escolar: Matemáticas, 6º de Educación Primaria-*, que contiene el correspondiente a la evaluación de la situación existente al finalizar la Educación Primaria.

Estas evaluaciones deben entenderse siempre como una información que esta Viceconsejería de Educación ofrece a los centros para su propia autoevaluación y sus consiguientes propuestas propias de mejora. Por esta razón, antes de la publicación general que ahora presentamos, cada centro, *y sólo él*, ha recibido sus propios resultados y también los resultados generales correspondientes al Área Territorial a la que pertenece, y los resultados generales del conjunto de la Comunidad de Madrid.

No se trata, por tanto, de establecer ninguna escala de valoración de las instituciones escolares según resultados absolutos –lo que es injusto, si no se relacionan con las características peculiares de cada una de ellas-, sino de que cada uno de los centros trace sus propias líneas de mejora después de compararse consigo mismo, y teniendo en cuenta los resultados generales y los contextos de los demás.

Estos estudios tienen un valor en sí mismos en tanto que reflejan la situación del rendimiento de los escolares y de nuestro sistema escolar en un momento dado. Pero son, además, eslabones de la cadena de evaluaciones que han de ir informando periódicamente, no sólo de la situación del rendimiento de nuestro sistema escolar en el momento en que se realiza cada uno de ellos, sino de la tendencia de los resultados, tendencia que debe orientar a todos acerca de las variables en que, en cada momento, conviene incidir para mejorarlos.

Somos conscientes de que actuaciones como ésta no producen resultados inmediatos en el campo de la educación, pero sí de que, sumadas a la profesionalidad, el entusiasmo y el esfuerzo del profesorado, han de contribuir a la mejora de la Educación en nuestra Comunidad de Madrid. Con esta finalidad, la Subdirección General de Inspección Educativa promoverá acciones concretas para conocer la opinión del profesorado y sus propuestas de mejora.

CARMEN GONZÁLEZ FERNÁNDEZ
Viceconsejera de Educación

Madrid, 9 de noviembre de 2005

INTRODUCCIÓN

La Ley Orgánica 10/2002, de 23 de diciembre, de Calidad de la Educación (LOCE), en su Título preliminar, establece como principio básico de calidad la evaluación y la inspección del conjunto del sistema educativo, tanto de su diseño y organización como de los procesos de enseñanza aprendizaje.

En este sentido, el artículo 18 de la LOCE determina que las Administraciones educativas realizarán evaluaciones generales de diagnóstico, que tendrán como finalidad comprobar el grado de adquisición de las competencias básicas. Todo ello con el fin de informar y orientar a los centros, al profesorado, a las familias y a los alumnos, en la línea marcada por dicha Ley, de los resultados, ya que la consolidación de la cultura del esfuerzo y la mejora de la calidad están vinculadas a la intensificación de los procesos de evaluación de los alumnos, de modo que se posibilite la puesta en marcha, de forma permanente, de procesos de mejora.

La LOCE encomienda a la Inspección Educativa la función de participar en la evaluación del sistema educativo, especialmente en la que corresponde a los centros escolares, a la función directiva y a la función docente, a través del análisis de la organización, funcionamiento y resultados de los mismos.

Asimismo, los Planes Generales de Actuación de los Servicios de Inspección Educativa de la Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid, desde el curso 2001/2002 hasta la fecha, han incluido, entre las actuaciones de atención preferente de la Inspección, la preparación, validación y aplicación experimental de instrumentos de evaluación, a fin de comprobar la continuidad y coherencia entre la Educación Primaria y la etapa de Educación Secundaria Obligatoria, con especial referencia al logro, por parte de los alumnos, de los conocimientos expresados en los criterios de evaluación establecidos en el R.D. 3473/2000, de 29 diciembre (BOE 16 enero 2001) que modifica los R.D. 1007/1991, de 14 de junio de 1991 que establece las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria y R.D. 894/1995, de 2 de junio, que modifica y amplía el artículo 3º del R.D. 1007/1991. La actuación que se ha desarrollado durante los últimos dos cursos escolares se ha centrado en evaluar las competencias matemáticas adquiridas por los alumnos de 4º curso de Educación Secundaria Obligatoria. Durante el curso 2002-2003 se procedió a la elaboración y validación de la prueba de matemáticas en un número determinado de centros públicos y privados que imparten Educación Secundaria en la Comunidad de Madrid. Durante el curso 2003-2004 se procedió al diseño de la prueba definitiva y a su aplicación, en el mes de mayo, a una muestra significativa y representativa de centros. Durante el curso 2004-2005 se ha procedido a la corrección, codificación e interpretación de los resultados obtenidos. Fruto de ese proceso es el presente documento que pretende dar a conocer el grado de consecución de los conocimientos y destrezas matemáticas de

los alumnos de 4º curso de Educación Secundaria Obligatoria de la Comunidad de Madrid.

Nuestro objetivo fundamental es que este estudio se convierta en un instrumento útil:

- para los centros, ya que a la vista de los resultados los profesores podrán introducir mecanismos de mejora en el proceso de enseñanza -aprendizaje
- para la Administración Educativa, que a partir de estos datos puede diseñar planes de formación y ayuda al profesorado en la tarea común de la mejora de los resultados de los alumnos,
- para la Inspección Educativa en su función de supervisión de la práctica docente de los profesores,
- y para los padres de alumnos y todos los miembros de la comunidad educativa, cuya colaboración en la tarea formativa de los alumnos es insustituible.

1. EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS EN 4º DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA.

Existe un alto nivel de acuerdo acerca de la necesidad de un diagnóstico permanente del sistema educativo. La evaluación del rendimiento de los alumnos tiene un doble interés: por un lado nos muestra hasta qué punto consiguen los alumnos los concretos aprendizajes a los que dirigen su esfuerzo, y por otro nos proporciona un elemento clave sobre la eficacia de la escuela. Esta información puede ayudar a los responsables educativos a tomar decisiones sobre los estudiantes, los profesores, los programas, y también ayuda a los profesores a diseñar estrategias didácticas acordes con los problemas que se plantean.

Actualmente se considera que los resultados de la enseñanza de las matemáticas tienen cada vez más implicaciones; se ha puesto más énfasis en la habilidad del estudiante para manejar activa y creativamente los conceptos, ideas y problemas, tanto en el propio campo de la matemática como en contextos extramatemáticos. Es importante dar a los estudiantes tantas oportunidades como sea posible para enfrentarse al mismo tipo de procesos y actividades, aunque no al mismo nivel, que los matemáticos profesionales, es decir, pensar y actuar matemáticamente.

Ahora bien, averiguar lo que los alumnos aprenden en el sistema escolar tiene especiales dificultades. Es difícil, si no imposible, separar los efectos que en ellos causa la enseñanza formal con relación al aprendizaje más difuso que reciben a través de otros cauces informativos y formativos.

Asimismo, no se puede olvidar que cualquier sistema de evaluación influye fuertemente, positiva o negativamente, en el sistema del que forma parte. El modo en que la enseñanza de las matemáticas funciona, así como el espíritu que la inspira, está muy influida por los métodos de evaluación que se utilicen.

La evaluación que ahora presentamos se enmarca dentro de esta necesidad. Por ello, no se considera como una prueba aislada, sino como un elemento dentro de la evaluación permanente y sistemática del sistema educativo. En este sentido, realizada y evaluada la prueba que se aplicó a una muestra de alumnos de 6º de Educación Primaria, presentamos el estudio y conclusiones de la realizada a una muestra representativa de centros y alumnos de la Comunidad de Madrid que durante el curso 2003/04 cursaron 4º de Educación Secundaria Obligatoria.

1.1. Plan de Evaluación

Una planificación de la evaluación exige en primer lugar definir los objetivos. Los de esta evaluación son:

1.1.1. *Objetivos*

1. Conocer el nivel de consecución de los conocimientos y de las destrezas básicas de los alumnos en cada uno de los siguientes dominios:
 - Automatismos
 - Cultura matemática
 - Transferencia
 - Resolución de problemas
2. Obtener información sobre la adquisición de los niveles mínimos establecidos en la normativa.
3. Promover en los centros Planes de Mejora y en su caso, cambios en la metodología de los profesores.

1.1.2. *Competencias o rasgos que se van a medir*

En este caso lo que se quiere medir es la competencia y habilidad matemática del alumno en relación con los conocimientos y destrezas, tomando como referente los criterios de evaluación explícitos en la normativa, que vienen referidos a los siguientes bloques de contenidos:

- Aritmética y Álgebra.
- Geometría.
- Funciones y Gráficas.
- Estadística y Probabilidad

1.1.3. *Población y muestra*

La población que se quiere evaluar es la constituida por los alumnos de 4º de Educación Secundaria Obligatoria que estudian en centros de enseñanza de la Comunidad de Madrid. El muestreo es aleatorio y estratificado por conglomerados en dos etapas con afijación proporcional de tamaños.

1.1.4. Tipo de muestreo

Para la realización de la muestra se han considerado los siguientes estratos:

- Enseñanza en centros públicos y en centros privados (sin distinguir entre estos últimos los concertados), y
- Las cinco Direcciones de Área Territorial: Madrid-capital, Madrid-norte, Madrid-sur, Madrid-este y Madrid-oeste.

Se han considerado por tanto 10 estratos (2 x 5).

El muestreo se ha hecho proporcional a la población de cada estrato, según se presenta en la siguiente tabla:

Tabla I.1

Alumnos	Madrid Capital	Madrid Norte	Madrid Sur	Madrid Este	Madrid Oeste	Total
Enseñanza Pública	8497	2407	9782	5597	2727	29010
Enseñanza Privada	15786	1170	3365	1147	2363	23831
Total	24283	3577	13147	6744	5090	52841

Los grupos de alumnos se distribuyen por estratos de la siguiente manera:

Tabla I.2

Grupos	Madrid Capital	Madrid Norte	Madrid Sur	Madrid Este	Madrid Oeste	Total
Enseñanza Pública	332	93	392	207	106	1130
Enseñanza Privada	546	44	117	42	93	842
Total	878	137	509	249	199	1972

El tamaño medio del grupo es, por tanto, de $\frac{52841}{1972} = 26,80$ alumnos

La prueba consta de cuatro modelos, como se indica más adelante, por lo que el tamaño medio del conglomerado es de $\frac{26,80}{4} = 6,7$ alumnos por clase para cada modelo de prueba.

Usando la tabla I.3 que corresponde a un error del 5% y estimando el valor de Ro (ρ) en 0,3¹, por ser alumnos de 4º de Educación Secundaria, etapa educativa más heterogénea que la de Educación Primaria, se obtuvo el tamaño de la muestra que se fijó en 162 centros.

Tabla I.3

Error 5%	Ro									
	0,15		0,2		0,25		0,3		0,35	
	Alumnos	Clases	Alumnos	Clases	Alumnos	Clases	Alumnos	Clases	Alumnos	Clases
3	520	174	560	187	600	200	640	214	680	227
4	580	145	640	160	700	175	760	190	820	205
5	640	128	720	144	800	160	880	176	960	192
6	700	117	800	134	900	150	1000	167	1100	184
6,70	742	111	856	128	970	145	1084	162	1198	179
7	760	109	880	126	1000	143	1120	160	1240	178
8	820	103	960	120	1100	138	1240	155	1380	173
9	880	98	1040	116	1200	134	1360	152	1520	169
10	940	94	1120	112	1300	130	1480	148	1660	166

El valor correspondiente a 6,70 se ha obtenido por interpolación a partir de los restantes. Por tanto, el tamaño de la muestra es de 162 clases, de manera que cada cuadernillo de media fue contestado por unos 1084 alumnos.

1.1.5. Distribución de la muestra por estratos

La distribución de la muestra por estratos se ha hecho de manera proporcional a la población de los mismos, quedando de la siguiente manera:

¹ El valor de Ro se relaciona con la homogeneidad intra clase; por ser alumnos de 4º de ESO se considera que esta homogeneidad es mayor que la de 6º de Educación Primaria en la que el valor de Ro fue de 0,2.

Tabla I.4
Centros de la muestra

	Madrid Capital	Madrid Norte	Madrid Sur	Madrid Este	Madrid Oeste	Total
Enseñanza Pública	26	7	30	17	8	88
Enseñanza Privada	49	4	10	4	7	74
Total	75	11	40	21	15	162

La elección de los centros que formaron parte de la muestra se hizo mediante muestreo sistemático, ordenando los centros por estratos y, dentro de cada uno de ellos, por el número de alumnos totales de 4º de Educación Secundaria Obligatoria.

La población así ordenada se dividió en escalones del mismo tamaño de alumnos, y fue elegido un alumno al azar en cada escalón, quedando seleccionada para la muestra un aula del centro al que pertenece el alumno seleccionado.

1.1.6. Carácter de la prueba

Esta prueba no tiene carácter académico. El análisis e interpretación de los resultados pretende aportar orientación a los responsables educativos, a los profesores, a las familias y a la sociedad, sobre las competencias básicas alcanzadas por los alumnos. Se pretende motivar a los alumnos en su aprendizaje, a los profesores en la búsqueda de estrategias metodológicas significativas para los alumnos, a los centros en la elaboración de Planes de Mejora y a la Administración educativa en la planificación de mecanismos de ayuda para lograr el avance de los alumnos.

Aunque la prueba está diseñada teniendo como referente los criterios de evaluación de este nivel educativo, no se trata de un examen de matemáticas en el sentido tradicional, que pretende detectar los conocimientos y habilidades de un alumno concreto, sino una prueba de diagnóstico que permita conocer las competencias y habilidades básicas que tienen en matemáticas los alumnos de 4º de Educación Secundaria Obligatoria.

De acuerdo con la normativa vigente, R.D. 1007/1991 y R.D. 3473/2000, de 29 diciembre que modificó el 1007, por el que se regula el currículo en Educación Secundaria, los alumnos deben haber adquirido, al finalizar la etapa, las capacidades que les permitan:

1. Identificar y utilizar los distintos tipos de números reales para recibir y producir información en situaciones reales de la vida cotidiana y elegir, al resolver un determinado problema, el tipo de cálculo adecuado (mental, manual, con calculadora), dando significado a las operaciones, procedimientos y resultados obtenidos, de acuerdo con el enunciado.
2. Estimar y calcular expresiones numéricas sencillas de números racionales (basadas en las cuatro operaciones elementales y las potencias de exponente entero que involucren, como máximo, tres operaciones encadenadas y un paréntesis), aplicar correctamente las reglas de prioridad y hacer un uso adecuado de signos y paréntesis.
3. Simplificar expresiones numéricas irracionales sencillas (que contengan una o dos raíces cuadradas) y utilizar convenientemente la calculadora científica en las operaciones con números reales, expresados en forma decimal o en notación científica y aplicar las reglas y las técnicas de aproximación adecuadas a cada caso y valorando los errores cometidos.
4. Construir expresiones algebraicas y ecuaciones descriptivas de tablas, enunciados, propiedades, generalidades, códigos, recuentos, etc., e interpretar las relaciones numéricas que se dan, implícitamente, en una fórmula conocida o en una ecuación.
5. Utilizar las técnicas y procedimientos básicos del cálculo algebraico para simplificar expresiones algebraicas formadas por sumas, restas y multiplicaciones de polinomios con uno, dos o tres términos que incluyan, como máximo, dos operaciones encadenadas, para factorizar polinomios sencillos de segundo grado con coeficientes y raíces enteras y para resolver ecuaciones de primer y segundo grado y sistemas sencillos de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
6. Resolver problemas sencillos utilizando métodos numéricos, gráficos o algebraicos, cuando se basen en la utilización de fórmulas conocidas o en el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer o de segundo grado o de sistemas sencillos de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
7. Utilizar las unidades angulares del sistema métrico sexagesimal así como las relaciones y las razones de la trigonometría elemental para resolver problemas trigonométricos de contexto real, con la ayuda, si es preciso, de la calculadora científica.
8. Conocer y utilizar los conceptos y procedimientos básicos de la geometría analítica plana para representar, describir y analizar formas y configuraciones geométricas sencillas.
9. Representar gráficamente e interpretar las funciones constantes, lineales, afines o cuadráticas a través de sus elementos característicos (pendiente de la recta, puntos de corte con los ejes, vértice y eje de simetría de la parábola) y las funciones exponenciales y de proporcionalidad inversa sencillas a través de tablas de valores significativas, con la ayuda, si es preciso, de la calculadora científica.

10. Determinar e interpretar las características básicas (puntos de corte con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, puntos extremos, continuidad, simetrías y periodicidad) que permiten evaluar el comportamiento de una gráfica sencilla (de trazo continuo o discontinuo), y obtener información práctica en un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos naturales o prácticos de la vida cotidiana.
11. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, correspondientes a distribuciones discretas y continuas, con ayuda de la calculadora.
12. Determinar e interpretar el espacio muestral y los sucesos asociados a un experimento aleatorio, simple o compuesto sencillo, y utilizar la Ley de Laplace, los diagramas de árbol, las tablas de contingencia u otras técnicas combinatorias para calcular probabilidades simples o compuestas.

1.2. Diseño de la prueba

Para su elaboración se han tenido en cuenta: el dominio de los conocimientos que han de ser evaluados (que se concretan en la adquisición de una serie de competencias y destrezas matemáticas), el modo de puntuación y la forma de la prueba.

1.2.1. El dominio de los conocimientos que han de ser evaluados

Tiene como referentes los contenidos y los criterios de evaluación de Educación Secundaria Obligatoria. Respecto a estos contenidos, las destrezas y operaciones cognitivas básicas están referidas a automatismos, cultura matemática, transferencia y resolución de problemas.

El primer paso para la construcción de la prueba ha sido el diseño de la tabla de especificaciones y la atribución de un porcentaje a cada uno de los dominios, de manera que este porcentaje representase el peso que cada uno de los campos de conocimientos tienen en el currículo de referencia.

Los bloques de contenido son los considerados en el Anexo del Real Decreto 3473/2000, de 29 diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria.

La evaluación se realiza sobre estas enseñanzas mínimas por lo que se aplica a grupos de alumnos que cursan las dos Modalidades de Matemáticas (A y B) que la norma contempla y que la Comunidad de Madrid recoge en el Decreto 34/2002, de 7 de febrero,(B.O.C.M. del 12), por el que se aprueba el currículo de las áreas de conocimiento y materias obligatorias y opcionales de la Educación Secundaria Obligatoria para la Comunidad de Madrid

Las destrezas y habilidades matemáticas (operaciones cognitivas) que se van a evaluar a través de estos contenidos son:

1. Los Automatismos de las operaciones son fundamentales en este nivel educativo, tanto por la gimnasia mental que suponen, como por utilizar técnicas y procedimientos básicos de cálculo algebraico, de geometría analítica de funciones y gráficos y de introducirse en el ámbito probabilístico.
2. Cultura matemática, que incluye saber distinguir distintos tipos de enunciados (definiciones, conceptos), reconocer propiedades matemáticas de los objetos y utilizar el lenguaje matemático en las situaciones que se presenten.
3. Transferencia, que hace relación al reconocimiento de propiedades y relaciones matemáticas en contextos no matemáticos, codificar y decodificar información, interpretar y distinguir los distintos lenguajes: simbólico, natural, representativo y traducir una realidad a estructura matemática e interpretar modelos matemáticos en términos de la realidad.

4. Resolución de problemas, que implica la aplicación de las competencias anteriores a la resolución de una situación problemática; y para ello se necesita conocer las relaciones entre diferentes elementos matemáticos, distinguir los datos de la incógnita que hay que resolver e integrar informaciones diversas que conduzcan a la solución.

Se elaboró la siguiente tabla de especificaciones con 16 entradas y organizada en dos ejes principales: los bloques de contenido y las operaciones cognitivas, que se pretende desarrollar a través de esos contenidos.

Tabla I.5
Matriz de especificaciones

	AUTOMATISMOS		C. MATEMÁTICA		TRANSFERENCIA		R. PROBLEMAS		TOTAL	
	Frec.	%	Frec.	%	Frec.	%	Frec.	%	Frec.	%
Aritmética y Álgebra	17	12,41	14	10,22	6	4,38	12	8,76	49	35,77
Geometría	9	6,57	6	4,38	5	3,65	7	5,11	27	19,71
Funciones y Gráficas	13	9,49	6	4,38	6	4,38	7	5,11	32	23,36
Estadística y Probabilidad	11	8,03	6	4,38	5	3,65	7	5,11	29	21,17
Total	50		32		22		33		137	
%	36,50		23,36		16,06		24,09		100,00	

La columna de las frecuencias indica el número de ítems que hay en cada uno de los bloques de contenidos y en las operaciones cognitivas. Así, hay 17 ítems de aritmética y álgebra en las que los alumnos tienen que desarrollar automatismos; esos ítems suponen el 12,41 % de la prueba.

Los porcentajes se han asignado en función del peso que tiene cada bloque de contenido en el currículo. El porcentaje atribuido a Aritmética y Álgebra es el mayor en el global de la prueba, y supone el 35,77% del total; el porcentaje atribuido a Geometría es el 19,71 %; a Funciones y Gráficas se le ha atribuido el 23,36%; y a Estadística y Probabilidad el 21,17%.

En relación con las habilidades y destrezas matemáticas, los Automatismos abarcan el 36,50 %, la Cultura Matemática el 23,36%, Transferencia ocupa el 16,06 %; y Resolución de Problemas, el 24,09 %.

1.2.2. Construcción de un banco de ítems.

Para elaborar las preguntas se recurrió a un grupo de profesores de Educación Secundaria que estaban impartiendo esta materia en sus respectivos centros y que elaboraron una colección de ejercicios y problemas de acuerdo con las categorías descritas en la matriz de especificaciones. De esta colección, el equipo de Matemáticas eligió los correspondientes a la prueba que se pasó a los alumnos de 4º.

1.2.3. Forma de las preguntas

La prueba consta de preguntas abiertas y cerradas, en una proporción de 60% para las preguntas cerradas y 40% para las abiertas.

Las preguntas cerradas son de opción múltiple con 4 respuestas de las que el alumno debe elegir la que considere correcta. Las preguntas abiertas contienen un espacio en blanco en el que el alumno escribe su contestación.

1.2.4. Modo de puntuación

A las preguntas de respuesta cerrada se le asigna un 1 al acierto y un 0 al error. Estas preguntas se llaman preguntas objetivas porque no interviene el criterio de un corrector y se pueden corregir por procedimientos automáticos. No obstante, en estas preguntas se presenta el inconveniente de que se puede acertar sin saber la respuesta, por azar. La probabilidad de acertar en esas condiciones es mayor cuanto menor sea el número de opciones que se le ofrecen al alumno. La metodología de recogida de datos que se utiliza incluye un coeficiente para medir “el factor de adivinación”.

Las preguntas abiertas pueden estar condicionadas por la subjetividad del corrector. Para evitar los efectos de un posible sesgo se ha desglosado cada pregunta en varios apartados y se ha establecido la corrección de 1 ó 0 para cada apartado, con lo cual se disminuye la subjetividad.

Todas las preguntas son independientes, de manera que se pueda contestar una sin estar condicionada por las respuestas de otras.

1.2.5. Forma de la prueba.

La aplicación de una prueba de estas características se encuentra con dificultades debido al número de alumnos, al tiempo y al procedimiento de aplicación, que hacen que la prueba deba ser limitada en el número de preguntas.

Si se quiere cubrir de forma exhaustiva, tanto los contenidos como los procesos mentales que se corresponden, se necesita una prueba con muchas preguntas.

Por ello se optó por el muestreo matricial con 4 modelos de pruebas denominados A, B, C, D. Cada modelo consta de 40 preguntas, algunas de ellas están divididas en varias partes; 14 de ellas son comunes a todos los modelos y el resto específicas para cada modelo.

Las preguntas comunes, es decir que se repiten en todos los modelos, nos permiten fijar una escala común para la interpretación de los resultados. Los modelos de prueba se han asignado de forma rotativa, de manera que cada modelo ha sido contestado aproximadamente por el mismo número de alumnos. De esta forma se pueden formular muchas más preguntas en cada prueba, y abarcar más aspectos del contenido del currículo.

1.3. Pilotaje de la prueba

El diseño de la prueba llevó un largo proceso de preparación: estructuración de los contenidos del currículo, ponderación de su importancia y esencialidad, incidencia en los criterios de evaluación. Todo ello llevó a la elaboración de la matriz de especificaciones. Se constituyó un grupo de trabajo -formado por profesores en ejercicio e inspectores de las distintas Áreas Territoriales de la Comunidad de Madrid-, para la elaboración de ejercicios y problemas que respondieran a la tabla de especificaciones. Una vez diseñada la prueba se hizo un pilotaje, es decir, se pasó la prueba a una muestra de alumnos y se analizaron sus respuestas mediante la teoría clásica de los tests, y se buscaron los índices de discriminación y dificultad de cada pregunta, así como la fiabilidad de la prueba en cada uno de los modelos. Se prescindió de las preguntas defectuosas según estos criterios, y se reelaboraron otras de acuerdo con indicaciones del profesorado y del equipo de expertos. Se eliminaron las preguntas con ambigüedad, incorrección en los enunciados o inadecuación de los distractores.

Tras el pilotaje, y eliminando los ítems que no habían funcionado bien, se elaboró la prueba definitiva de manera que cada dominio de contenidos y cada proceso quedó representado en la proporción preestablecida. Este proceso permitió llegar a la elaboración de la prueba definitiva que se aplicó en el último trimestre del curso 2003/2004.

1.4. Aplicación de la prueba

La prueba, corregida tras el análisis realizado en el pilotaje, se aplicó a la muestra de centros establecida. Esta aplicación se llevó a cabo por los inspectores, siguiendo un protocolo de actuación que debía garantizar que en todos los centros se aplicara de la misma manera. Dicho protocolo consistió en unas instrucciones y unas fichas de recogida de datos sobre el seguimiento de la sesión. Estas instrucciones se explicaron

a todos los inspectores en sesión conjunta, y se aclararon las dudas sobre la aplicación de la prueba. La aplicación se llevó a cabo en el mes de mayo de 2004.

1.5. Composición de la prueba

Una equilibrada composición de la prueba en relación con el peso de los contenidos en el currículo oficial, y de manera que recoge la parte significativa de ese currículo, es un indicador de la validez de contenido de la prueba. Por ello se ha estudiado con detenimiento la composición de la prueba en relación con contenidos, operaciones cognitivas e índices de dificultad.

Una vez diseñada, y después de pasar por la fase de pilotaje, la prueba aplicada constaba, en su conjunto, de 137 ítems distribuidos en 4 modelos; 14 de los ítems eran comunes a todos los modelos.

El tiempo total de la prueba ha sido de 50 minutos para cada parte y 15 de descanso entre cada una de ellas.

1.6. Distribución del número de alumnos que han contestado a la prueba

Han contestado 3.713 alumnos a las preguntas comunes; y a cada uno de los modelos A, B, C, D, han contestado 941, 921, 937 y 914 alumnos respectivamente.

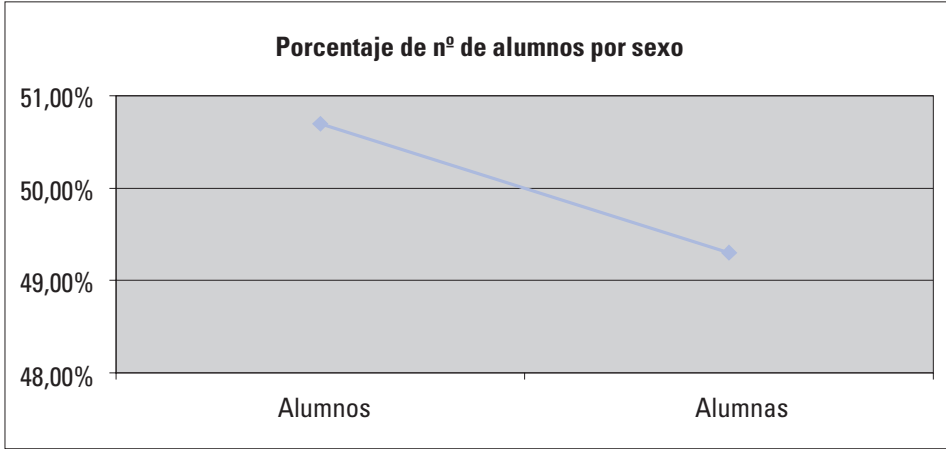
Estos 3.713 alumnos se han distribuido por sexo, por titularidad de centros, por Direcciones de Área Territorial, por modalidad y año de nacimiento de acuerdo a las siguientes tablas y gráficos.

Número de alumnos por sexo, y su porcentaje

Tabla I.6

Número de alumnos por sexo		
Alumnos	1.881	50,7 %
Alumnas	1.832	49,3 %
Total	3.713	100 %

Gráfico I.1

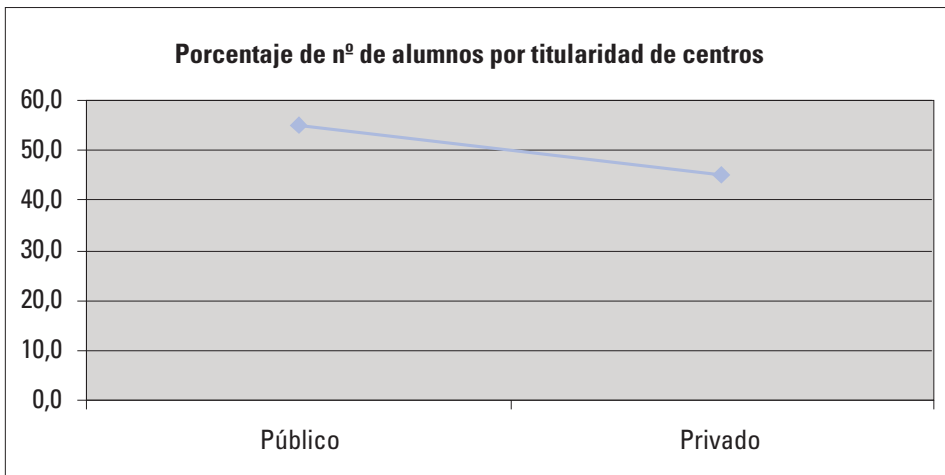


Número de alumnos por titularidad de centros

Tabla I.7

Número de alumnos por titularidad		
Público	2.038	54,9 %
Privado	1.675	45,1 %
Total	3.713	100 %

Gráfico I.2

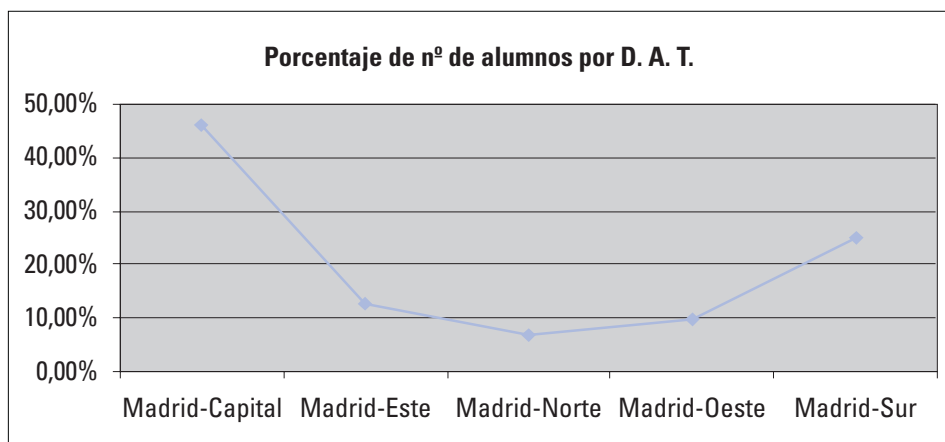


Número de alumnos por Direcciones de Área Territorial

Tabla I.8

Número de alumnos por D. A. T.		
Madrid-Capital	1.706	46,0 %
Madrid-Este	474	12,8 %
Madrid-Norte	251	6,8 %
Madrid-Oeste	358	9,6 %
Madrid-Sur	924	24,9 %
TOTAL	3.713	100 %

Gráfico I.3

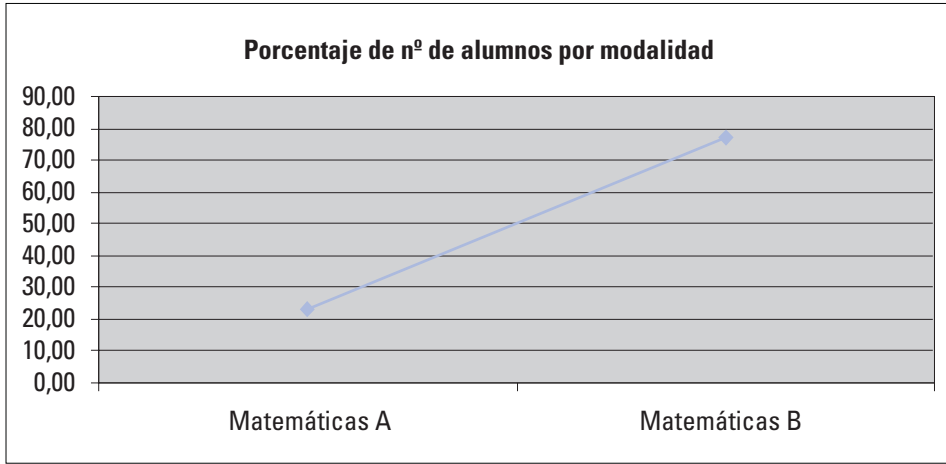


Número de alumnos por modalidad de matemáticas

Tabla I.9

Número de alumnos por modalidad		
Matemáticas A	848	22,84 %
Matemáticas B	2.865	77,16 %
Total	3.713	100 %

Gráfico I.4

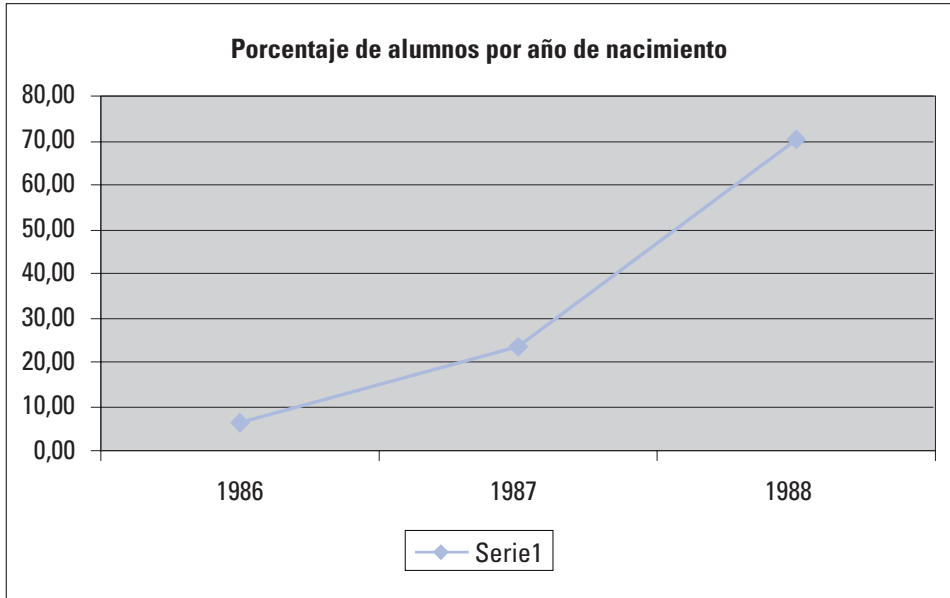


Número de alumnos por año de nacimiento

Tabla I.10

Número de alumnos por año de nacimiento		
1986	235	6,33
1987	860	23,16
1988	2.618	70,51
Total	3.713	100%

Gráfico I.5



Una vez aplicada la prueba, se eliminaron 24 ítems no válidos para el tratamiento de los resultados, con lo cual quedaron 113 ítems válidos, que responden a la tabla I.11

1.7. Distribución de los ítems

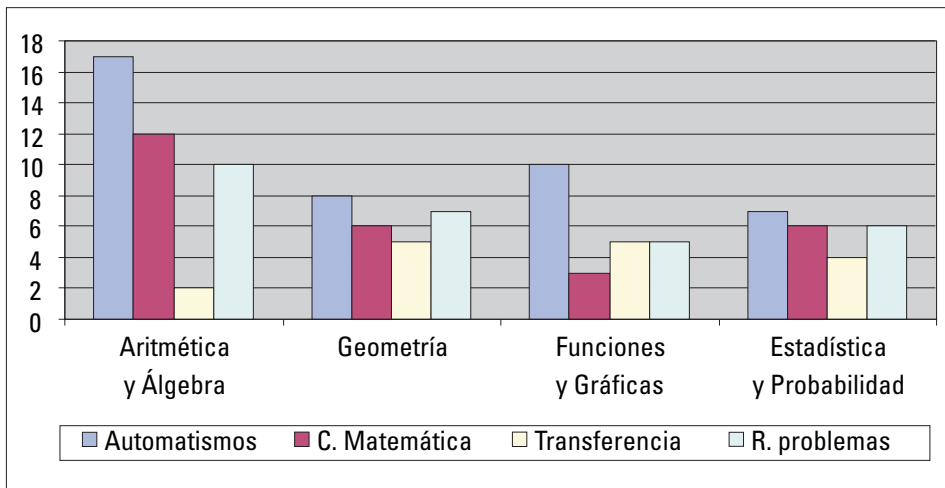
1.7.1. Distribución de los ítems en la prueba

En la Tabla I.11 y gráfico I.6 se presenta la distribución de los ítems válidos, según bloques de contenido y operaciones cognitivas.

Tabla I.11

	Automatismos	C. Matemática	Transferencia	R. problemas	Total
Aritmética y Álgebra	17	12	2	10	41
Geometría	8	6	5	7	26
Funciones y Gráficas	10	3	5	5	23
Estadística y Probabilidad	7	6	4	6	23
Total	42	27	16	28	113

Gráfico I.6



Se observa que la categoría que ocupa mayor cantidad de preguntas es la de Automatismos referidos a Aritmética y Álgebra, lo que es absolutamente normal dado el contenido del currículo.

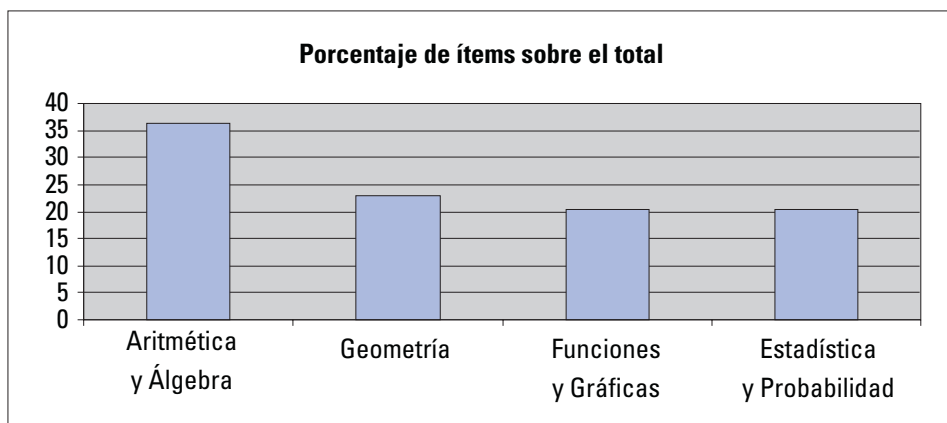
1.7.2. Distribución de los ítems según bloques de contenido

La tabla I.12 y el gráfico I.7 representan el número y el porcentaje de ítems de cada uno de los bloques de contenido. Al bloque de Aritmética y Álgebra se le asigna el mayor número de ítems, seguido del de Geometría y el de Funciones y Gráficos, Estadística y Probabilidad. Ello se corresponde con el peso que a estos contenidos le otorga el currículo vigente en el momento de la prueba.

Tabla I.12

Contenidos	Número de ítems	Porcentaje sobre el total
Aritmética y Álgebra	41	36,28
Geometría	26	23,01
Funciones y Gráficas	23	20,35
Estadística y Probabilidad	23	20,35

Gráfico I.7



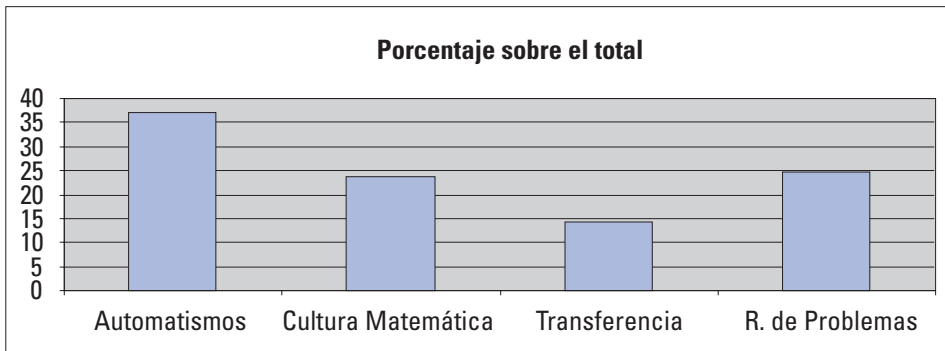
1.7.3. Distribución de ítems referidos a operaciones cognitivas

En la tabla I.13 y en el Gráfico I.8 se presenta el número y porcentaje de ítems, de la prueba, según operaciones cognitivas. Se observa que los ítems referidos a Automatismos, son los que tienen una mayor frecuencia, lo cual es lógico dados los contenidos y procedimientos incluidos en el currículo.

Tabla I.13

Operaciones cognitivas	Número de ítems	Porcentaje sobre el total
Automatismos	42	37,17
Cultura Matemática	27	23,89
Transferencia	16	14,16
R. de Problemas	28	24,78

Gráfico I.8



1.7.4. Distribución de los ítems según modelos e índices de dificultad

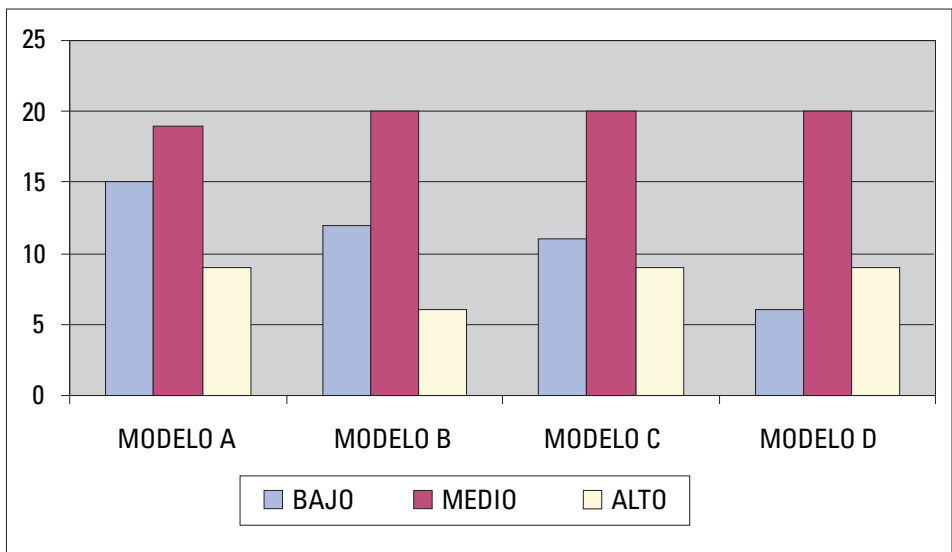
En la Tabla I.14 y Gráfico I.9 se visualiza el número y porcentaje de ítems según los cuatro modelos de prueba, clasificados en tres grados de dificultad: bajo, medio y alto.

El criterio de clasificación según niveles de dificultad se ha basado en los índices encontrados en la escala de la Teoría de respuesta al ítem. Los ítems con una puntuación menor de 200 se han considerado de dificultad baja; los comprendidos entre 200 y 300 se han considerado de dificultad media; y los ítems con puntuaciones superiores a 300 se han considerado de dificultad alta.

Tabla I.14

	BAJO		MEDIO		ALTO		TOTAL	
	Frec	%	Frec	%	Frec	%	Frec	%
MODELO A	15	9,62	19	12,18	9	5,77	43	27,56
MODELO B	12	7,69	20	12,82	6	3,85	38	24,36
MODELO C	11	7,05	20	12,82	9	5,77	40	25,64
MODELO D	6	3,85	20	12,82	9	5,77	35	22,44
TOTAL	44	28,21	79	50,64	33	21,15	156	100,00

Gráfico I.9



1.7.5. Distribución de ítems según modelos, índices de dificultad y bloques de contenido

Tabla I.15

	Aritmética y Álgebra			Geometría			Funciones y Gráficas			Estadística y Probabilidad			TOTAL
	Bajo	Medio	Alto	Bajo	Medio	Alto	Bajo	Medio	Alto	Bajo	Medio	Alto	
MODELO A	10	8	3	1	7	1	2	1	1	2	3	4	43
MODELO B	3	6	3	2	6	2	5	6	0	2	2	1	38
MODELO C	4	5	2	2	6	3	3	3	2	2	6	2	40
MODELO D	1	5	3	2	8	2	2	3	1	1	4	3	35

Distribución de ítems según modelos, grados de dificultad y operaciones cognitivas

Tabla I.16

	AUTOMATISMOS			C. MATEMÁTICA			TRANSFERENCIA			R. PROBLEMAS			TOTAL
	Bajo	Medio	Alto	Bajo	Medio	Alto	Bajo	Medio	Alto	Bajo	Medio	Alto	
MODELO A	4	9	6	7	6	1	2	3	0	2	3	5	48
MODELO B	4	12	5	4	3	1	2	1	0	2	5	3	41
MODELO C	5	7	8	3	4	0	1	4	1	2	6	3	43
MODELO D	3	9	6	2	2	2	1	4	1	0	4	3	37

1.8. Recogida de datos. Técnicas de medida

Toda evaluación supone una medida y una valoración. Las técnicas de medida en educación están estrechamente relacionadas con los procedimientos de recogida de datos. Se trata de obtenerlos de manera que a partir de ellos se puedan extraer conclusiones relevantes respecto a la realidad estudiada. En este caso se utiliza el test o prueba para la recogida de datos.

La aplicación de un test produce puntuaciones, es decir, números asignados a las respuestas de los sujetos, de acuerdo con reglas bien especificadas. El carácter cuantitativo de las puntuaciones permite y exige el análisis matemático a través de un conjunto de técnicas estadísticas. Estas técnicas de análisis cuantitativo se apoyan en diversas teorías o modelos de los tests.

Para poder entender cómo se ha hecho el posterior análisis de los datos se explican someramente, a continuación, los modelos que se han aplicado y los presupuestos que subyacen en cada modelo.

1.9. Teoría clásica de los Test (TCT)

Siguiendo a Arturo de la Orden (1986), podemos decir que la teoría clásica parte del supuesto de que toda medida es afectada por error. El error aleatorio es una característica de cualquier tipo de medida. Repitiendo muchas veces la misma medida se puede encontrar una distribución normal del error aleatorio

La teoría clásica de los tests se polariza en error de medida y supone:

- a) En una determinada característica cada sujeto tiene una puntuación verdadera, que sería la obtenida si no hubiera error de medida.
- b) Al existir error aleatorio en la puntuación obtenida por una persona en una aplicación de un test, estas puntuaciones diferirán aleatoriamente de las verdaderas puntuaciones.
- c) Si fuera posible aplicar varias veces un mismo test o diversas versiones equivalentes de un test a un sujeto, la puntuación media resultante de estas aplicaciones se aproximaría mucho a la puntuación verdadera.

La teoría clásica de los test trata de explicar las respuestas de los sujetos a un conjunto de ítems agrupados en un test. La unidad de referencia, el instrumento de medida al que se refiere toda la teoría clásica, es precisamente el test considerado en su conjunto.

La facilidad para realizar los cálculos, unido a la sencillez de los mismos, junto con lo básico de sus conceptos hacen que se siga utilizando con gran extensión la TCT.

Las escalas basadas en la teoría clásica de los test tienen las siguientes limitaciones:

- Al expresar los resultados mediante el porcentaje medio de aciertos, no se hace referencia a ningún criterio sustancial de rendimiento. Ciertamente no existe ningún umbral de rendimiento que pueda considerarse como adecuado. A pesar de ello, de manera casi automática, cuando los resultados se proporcionan en porcentajes medios de respuestas correctas, se tiende a considerar que el 50% de aciertos es aprobado. Pero no es así; los mismos alumnos, contestando a otra prueba ligeramente más fácil o más difícil, podrán haber obtenido valores medios de aciertos distintos. Es erróneo, por tanto, identificar cierto valor de la proporción de aciertos con el fracaso o el éxito de una materia. No existe a priori ningún valor que pueda considerarse como rendimiento insatisfactorio.
- Además, el porcentaje medio de aciertos no nos indica qué es lo que saben o lo que ignoran los alumnos. Solamente el análisis más detallado de los resultados nos permitiría determinar este extremo.
- Por otra parte, el porcentaje de aciertos no tiene en cuenta la dificultad de los ítem. Dos alumnos, con la misma proporción de aciertos, pueden tener conocimientos de muy distinto nivel: un alumno ha podido responder a los 10 ítem más fáciles y otro a los 10 más difíciles, y tendrán la misma puntuación; y, lo que es peor, nosotros tendremos el mismo grado de certidumbre respecto a su puntuación.
- El porcentaje de aciertos no puede referirse de ninguna manera a los contenidos. El porcentaje de respuestas correctas puede obtenerse con ítems de contenidos totalmente dispares. Por esa razón no puede decirse qué punto de corte es el que corresponde a un nivel satisfactorio de rendimiento.
- El porcentaje de respuestas correctas no indica ni cuál es la importancia de los ítems no contestados correctamente, ni cuántos son los sujetos que no los han contestado.

1.10. Teoría de respuesta al ítem o del rasgo latente (TRI)

Este modelo del rasgo latente especifica la relación entre lo que el sujeto responde en el test y los rasgos o habilidades no observables que se supone subyacen en tales realizaciones. Esta relación entre cantidades observables y no observables es una función matemática.

Los modelos de rasgo latente presentan tres ventajas principales sobre el modelo clásico de los tests:

1. Suponiendo la existencia de un amplio banco de ítems que miden el mismo rasgo, la estimación de la habilidad de un sujeto es independiente del conjunto de ítems que se seleccionan (invarianza del ítem).
2. Suponiendo la existencia de una amplia población de sujetos, los descriptores del ítem (índice de dificultad y discriminación) son independientes de la muestra de sujetos elegida en esa población (invarianza del sujeto)
3. Proporcionan un estadístico indicador de la precisión con que se estima la habilidad de cada sujeto.

La teoría de respuesta al ítem, en cuanto modelo matemático, incluye un conjunto de presupuestos sobre los datos a los que el modelo se aplica y sobre las relaciones entre los datos observables y las construcciones mentales inobservables.

Los supuestos básicos del modelo son:

1. *Unidimensionalidad*. En general, se considera que solamente es necesaria una habilidad para dar cuenta o explicar la realización de un sujeto en un test. La probabilidad de acertar un ítem si el modelo es correcto, solo dependerá de la competencia del alumno.
2. *Independencia local*. Este supuesto establece que las respuestas de un sujeto a diferentes ítems de una prueba son estadísticamente independientes. Cuando este supuesto se da, la probabilidad de ocurrencia de cualquier patrón de puntuaciones para un sujeto es el producto de la probabilidad de ocurrencia de las puntuaciones de cada ítem.
3. *Curva característica del ítem*. Representa la función matemática que relaciona la probabilidad de acierto de cada sujeto en un ítem, con su habilidad medida por el conjunto de ítems que integran el test. Se denomina CCI porque cada ítem se caracteriza por su curva.

La principal diferencia entre la TCT y la TRI se halla en la curva característica del ítem, pues mientras la TCT se refiere a las propiedades globales en un test, la TRI se centra en las propiedades de cada ítem.

La CCI no tiene forma de línea recta (supondrá que para determinados valores del nivel de competencia, existe una probabilidad negativa o mayor que 1) y por ello las curvas CCI tienen forma de S, porque el cambio que se experimenta de no acertar o acertar se produce de forma gradual.

Existen varios modelos de curva característica. En este estudio se ha elegido la de tres parámetros, porque se ajusta mejor a la población estudiada.

Una suposición razonable² es que cada individuo que responde a un ítem posee alguna habilidad subyacente. Se puede considerar que cada alumno tiene un

² Baker, F. B. "Basic of item response theory". University of Wisconsin. 2001.

valor numérico, una puntuación en la escala. Esta puntuación es θ . Para cada nivel de habilidad hay una probabilidad de que el individuo que tiene ese nivel de habilidad conteste correctamente al ítem. Esta probabilidad es $p(\theta)$ y varía de 0 a 1.

Será 0 para los que tienen menor habilidad, y próxima a 1 para los de mayor habilidad.

La probabilidad $p(\theta)$ no sólo depende de cómo es el sujeto que responde, sino también de cómo es el ítem. Así, en este modelo, cada ítem está descrito por tres parámetros: **a**, **b**, **c**.

El parámetro **a** es la *discriminación* del ítem, y es proporcional a la pendiente de la curva característica del ítem en el punto **b**. Esta propiedad se refleja en la pendiente de la curva. Si la curva tiene mucha pendiente, el ítem discrimina mucho; si es plana, el ítem discrimina poco.

El parámetro **b** es la *dificultad* del ítem, y es el valor de θ en que la probabilidad de respuesta al ítem es $0,5 + c/2$. Es la capacidad que hay que tener para que la probabilidad de responder correctamente comience a ser mayor que la probabilidad de responder incorrectamente.

El parámetro **c**, o de *pseudo-advinación*, es la probabilidad de responder correctamente al ítem cuando el sujeto no sabe nada o no tiene en ningún grado esa capacidad, es decir, cuando su puntuación θ tiende a menos infinito.

Un supuesto adicional de estos modelos es la independencia de la velocidad de respuesta, es decir, que los sujetos que fallan la respuesta a los ítems lo hacen por su limitada capacidad y no por falta de tiempo al considerarlos. El grado en que un test cumple este supuesto puede ser determinado contando el número de sujetos que no completan el conjunto de ítems administrados.

Las medidas, utilizando la teoría clásica de los tests, dependen fundamentalmente del subconjunto de ítem y de sujetos utilizados. En la TRI (Teoría de respuesta al ítem o del rasgo latente), ítem y sujeto son invariantes. Esto hace que sea posible examinar la contribución de cada ítem individualmente, así como el añadir o quitar ítems a un test. Por otra parte, TRI permite seleccionar los ítems que proporcionan el máximo de precisión.

1.10.1. Determinación de los rendimientos de los alumnos. Teoría de respuesta al ítem.

Se ha indicado que en la teoría de respuesta al ítem, el elemento central y básico es el ítem. Toda la TRI hace referencia a lo que ocurre cuando se responde a un ítem individual. El concepto más importante de la TRI, como se ha dicho, es el de la curva característica del ítem.

Como en otros estudios y evaluaciones nacionales e internacionales (TIMMS, PISA, INCE), el procedimiento de estimación que de hecho se ha empleado utiliza, además, el supuesto adicional de que la variable θ -que representa la habilidad

matemática que se quiere medir- tiene en la población que se evalúa una distribución normal, aunque de parámetros indeterminados. Se determina, en este caso, una media de 250 y una desviación típica de 50.

Para determinar los rendimientos de los alumnos cuando se utilizan puntuaciones TRI, es necesario utilizar una escala que pueda tener significado. Para ello hay que elegir ciertos puntos de esta escala cuya naturaleza es conocida.

Siguiendo la misma línea metodológica desarrollada en los estudios del INECSE, construimos una escala en la que se representan los resultados que obtendrían los sujetos que hubieran respondido a una prueba teórica de 500 ítems. Para valorar los resultados es necesario conocer lo que saben y lo que saben hacer los alumnos, y esto se puede deducir de las tareas que pueden realizar que están en relación con los ítems que resuelven satisfactoriamente. Es evidente que cuanto mayor es la puntuación de un sujeto en una materia, más tareas es capaz de resolver satisfactoriamente.

En la escala se han establecido unos puntos de anclaje que se diferencian, uno de otro, en una desviación típica. El establecimiento de estos puntos de la escala permite atribuir significado a los distintos valores de los individuos y de los grupos. Se ha empezado por 150 y se termina en 400. Los puntos de corte o “puntos de anclaje” para los que se van a estudiar las capacidades asociadas son, este caso, 150, 200, 250, 300, 350, 400. Se han definido las tareas que los alumnos que alcanzan cada una de esas puntuaciones pueden hacer en relación con los ítems asociados a dichos puntos.

Estos puntos no son criterios o estándares de rendimiento. Sin embargo, sabiendo cuántos sujetos superan un determinado nivel y sabiendo qué conocimientos y capacidades están asociados a dicho nivel, se tiene una visión clara de los rendimientos obtenidos por los alumnos evaluados. Esto permitirá comparar lo que saben y saben hacer los alumnos, con lo que se considera rendimiento satisfactorio en el sistema educativo, es decir, con los criterios que representan los conocimientos y capacidades deseables.

Para determinar las competencias asociadas a cada uno de los puntos de anclaje se ha estudiado la respuesta de los sujetos a cada ítem. Siguiendo a Beaton y Jonson (1992), para cada punto de anclaje se determinan los ítems que han sido contestados correctamente por más del 65% de los alumnos del nivel definido por ese punto de anclaje, y por menos del 50% de los alumnos del nivel anterior, siempre que se mantenga una diferencia de 30% entre los porcentajes de uno y otro nivel. El conjunto de los ítems que tengan esas características determinan las tareas asociadas a ese nivel.

RESULTADOS

2. RESULTADOS

2.1. Análisis desde la teoría clásica de los tests (TCT)

Para realizar este análisis, se han obtenido los porcentajes de respuesta a las distintas categorías de cada ítem, incluidas las respuestas en blanco y las nulas como categorías separadas. Se han obtenido también los índices de discriminación de cada pregunta. Dichos índices se obtuvieron, ponderando la muestra según el número de alumnos que realizaron la prueba en cada centro. Se analizó el comportamiento de las preguntas comunes en cada modelo, y éste resultó ser adecuado salvo en una pregunta, la pregunta 5, en que el enunciado de un modelo se diferenciaba en una palabra del resto, lo que hacía que presentara un perfil marcadamente distinto. También se analizó el comportamiento de las preguntas específicas, atendiendo a la discriminación de todas sus opciones, debiendo ser positiva por encima de 0.1 en la opción correcta y negativa o próxima a cero en los distractores y en las opciones de nula y en blanco. También se consideró el comportamiento de los porcentajes de los distractores y de los blancos.

De ese análisis se seleccionó un conjunto de ítems que presentaban un comportamiento difuso o anómalo desde los puntos de vista expuestos antes.

Analizadas esas preguntas, se eliminaron las siguientes (que se denominan con la forma abreviada utilizada en el estudio para referirse a las preguntas):

- Común: pregu52^o
- Modelo A: pregu5a1, pregu9a1, pregu111a2^a, pregu14a2^o
- Modelo B: pregu7b1, pregu9b1, pregu7b2^a, pregu111b2^a, pregu113b2^a, pregu12b2^a, pregu14b2^a.
- Modelo C: pregu63c2^a, pregu9c2^a, pregu11c2^a, pregu12c2^a, pregu14c2^a.
- Modelo D: pregu1d1, pregu2d1, pregu10d1, pregu111d2^a, pregu13d1, pregu13d2^a, pregu14d2^a.

En este punto conviene advertir que las preguntas abiertas, tras ser corregidas por correctores como bien o mal, han sido codificadas con un 1 si están bien y un 0 si no lo están. Este tipo de codificación, así como la naturaleza abierta de la pregunta, suele dar buenos índices de discriminación como se puede observar en las tablas que los contienen.

También se obtuvieron los índices de fiabilidad, según el alfa de Crombach, de los cuatro modelos, que resultaron ser buenos.

Modelo A, alfa =0,8337

Modelo B, alfa =0,8255

Modelo C, alfa =0,8278

Modelo D, alfa =0,8255

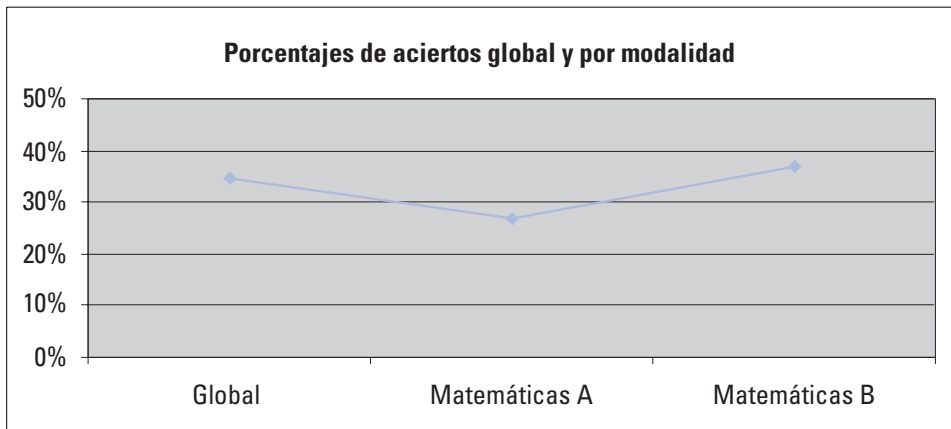
Los resultados obtenidos se van a presentar por globales y por cada una de las modalidades para ver la incidencia de la modalidad A sobre los resultados globales.

2.1.1. Resultado global y por modalidad en la Comunidad de Madrid

Tabla II.1

Porcentaje medio de aciertos	
Global	34,5 %
Matemáticas A	26,8 %
Matemáticas B	36,8 %

Gráfico II.1



La diferencia entre una modalidad y otra es de un 10 %, que es significativa, aunque esperable por el tipo de alumnado que estudia la modalidad A que suele tener problemas en esta materia.

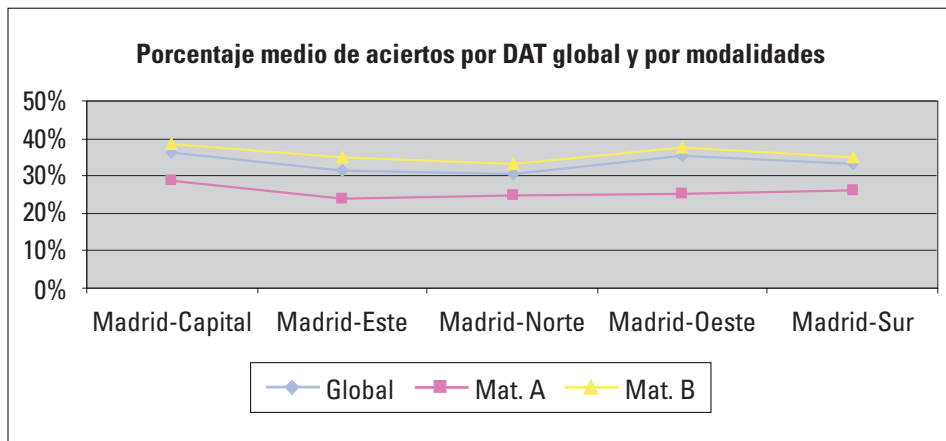
2.1.2. Resultados globales y por modalidades por Dirección de Área Territorial (D. A. T.)

Para cada una de las diferentes Direcciones de Área Territorial, el porcentaje medio de aciertos se distribuye según la tabla en gráfico adjunto.

Tabla II.2.

Porcentaje medio de aciertos			
D.A.T.	Global	Mat. A	Mat. B
Madrid-Capital	36,5 %	28,9 %	38,4 %
Madrid-Este	31,3 %	23,7 %	35,1 %
Madrid-Norte	30,4 %	25,0 %	33,2 %
Madrid-Oeste	35,6 %	25,4 %	37,6 %
Madrid-Sur	33,1 %	26,1 %	35,0 %

Gráfico II.2



Las diferencias globales sólo son estadísticamente significativas entre la DAT Madrid Capital y las Direcciones de Área Territorial Madrid Este (5,2 %) y Madrid Norte (6,1 %) y entre la DAT Madrid-Oeste con Madrid Norte (5,2 %). En cuanto a la modalidad A, lo más significativo es el 5,2 % de diferencia de Madrid-Este con Madrid-Capital (coincide con la global). La diferencia significativa más importante en la Modalidad B es el 5,2 % de Madrid-Norte con Madrid-Capital.

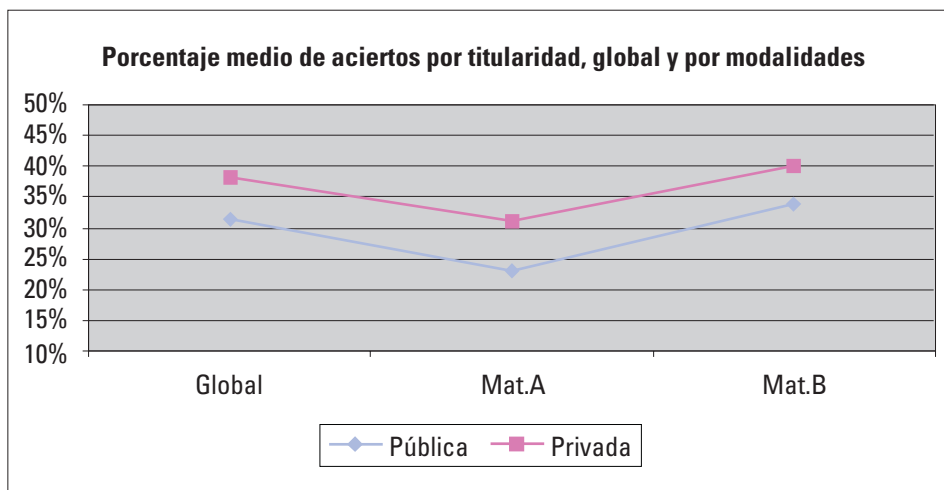
2.1.3. Resultados globales y por modalidad según titularidad

Si se tiene en cuenta la titularidad de los centros, se obtiene la tabla II.2

Tabla II.3

Porcentaje medio de aciertos según titularidad			
Titularidad	Global	Mat.A	Mat.B
Pública	31,4 %	23,1 %	34,0 %
Privada	38,3 %	31,2 %	40,1 %

Gráfico II.3



En el total de la Comunidad de Madrid (ver Tabla II.3), se observa en el global y Mat. A una diferencia de entre 7 y 8 puntos porcentuales entre los centros públicos y los centros privados; esta diferencia es de 6,1 % en Mat.B.

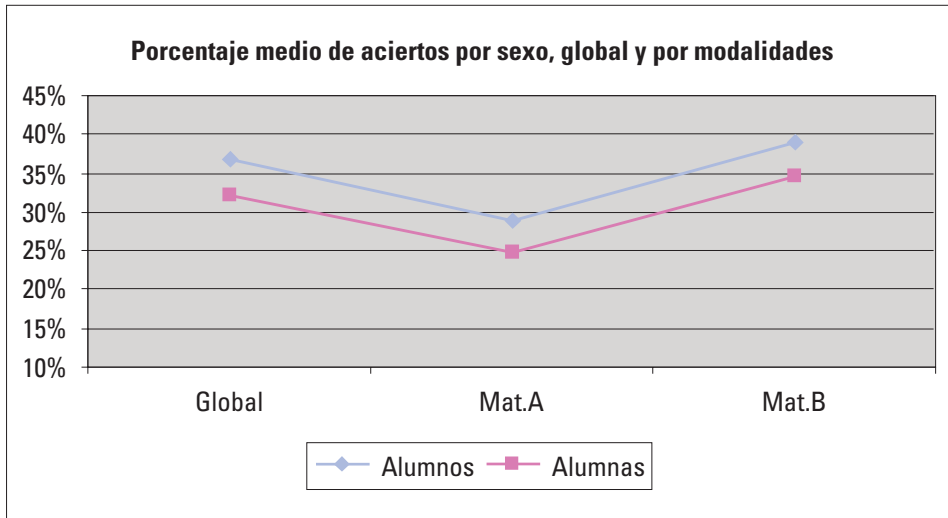
2.1.4. Resultado global y por modalidad según sexo de los alumnos

En la tabla II.4 y Gráfico II.4 se observa que hay una diferencia de 4,8 % entre los resultados globales de los alumnos y los de las alumnas. La diferencia por modalidades es de 4,1 % en Mat.A y 4,5% en Mat.B

Tabla II.4

Porcentaje medio de acierto por sexo			
	Global	Mat.A	Mat.B
Alumnos	36,9 %	28,8 %	39,0 %
Alumnas	32,1 %	24,7 %	34,5 %

Gráfico II.4



2.2. Análisis de los resultados, según los distintos bloques de contenido

2.2.1. Rendimiento global y por modalidades

La tabla II.5 proporciona por bloques de contenidos el porcentaje medio de aciertos global y por modalidades.

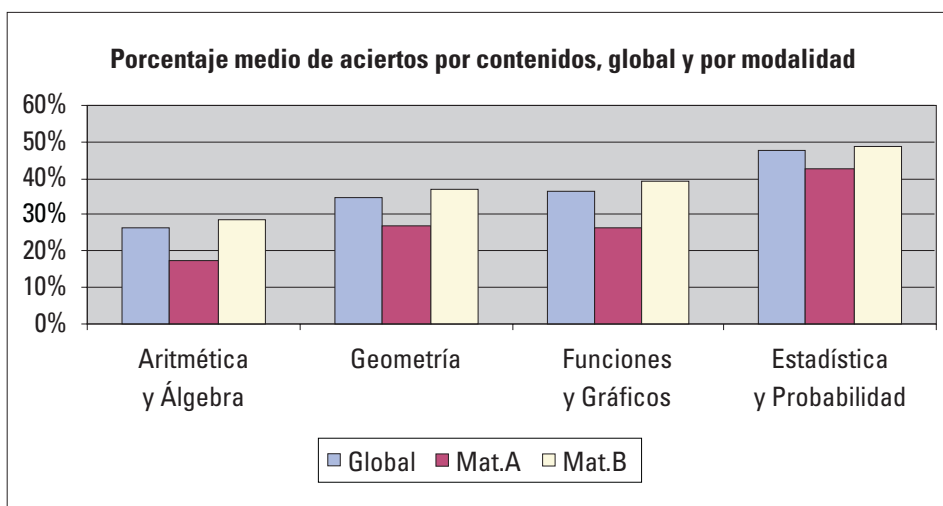
Los bloques en que se han agrupado los contenidos responden al currículo oficial. De ellos el que ha resultado más fácil para los alumnos, por resultado global, ha sido: *Estadística y Probabilidad* con 47,4% (porcentaje medio) de aciertos, seguido de *Funciones y Gráficos* con el 36,3%; *Geometría* con 34,7% siendo el más difícil el de *Aritmética y Álgebra* con un 26,2 de porcentaje medio de aciertos.

En cuanto a modalidades, en *Aritmética y Álgebra* la diferencia entre Mat.A y Mat.B es de 11,3 puntos, en *Geometría* de 10, en *Funciones* de 12,9 y *Estadística* de 6,3. Todo ello se visualiza en la Tabla II.5 y Gráfico II.5

Tabla II.5

Tipo de contenido	Global	Mat.A	Mat.B
Aritmética y Álgebra	26,2 %	17,4 %	28,7 %
Geometría	34,7 %	27,0 %	37,0 %
Funciones y Gráficos	36,3 %	26,2 %	39,1 %
Estadística y Probabilidad	47,4 %	42,6 %	48,9 %
Total	34,5 %	26,6 %	36,8%

Gráfico II.5



En las Tablas II.6 y II.7 y II.8 y en los correspondientes gráficos, se representan los porcentajes medios de aciertos en los distintos bloques de contenidos, clasificados según Dirección de Área Territorial, titularidad de los centros, y sexo de los alumnos.

2.2.2. Rendimiento en porcentaje medio de aciertos según Direcciones de Área Territorial y bloques de contenido

Tabla II.6

D.A.T.	M-C			M-N		
Tipo de contenido	Global	Mat.A	Mat.B	Global	Mat.A	Mat.B
Aritmética y Álgebra	28,0%	18,7%	30,3%	22,7%	15,0%	26,5%
Geometría	36,9%	29,8%	38,6%	31,6%	24,1%	35,3%
Funciones y Gráficos	39,2%	29,6%	41,5%	32,8%	22,0%	38,2%
Estadística y Probabilidad	48,8%	45,4%	50,3%	44,9%	40,4%	47,2%
Total	36,5%	28,9%	38,4%	31,3%	23,7%	35,1%

Gráfico II.6

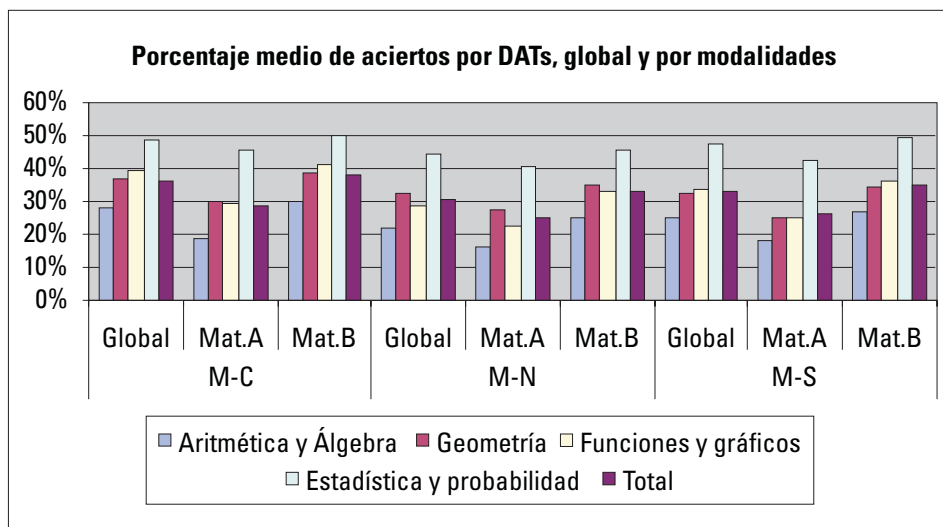
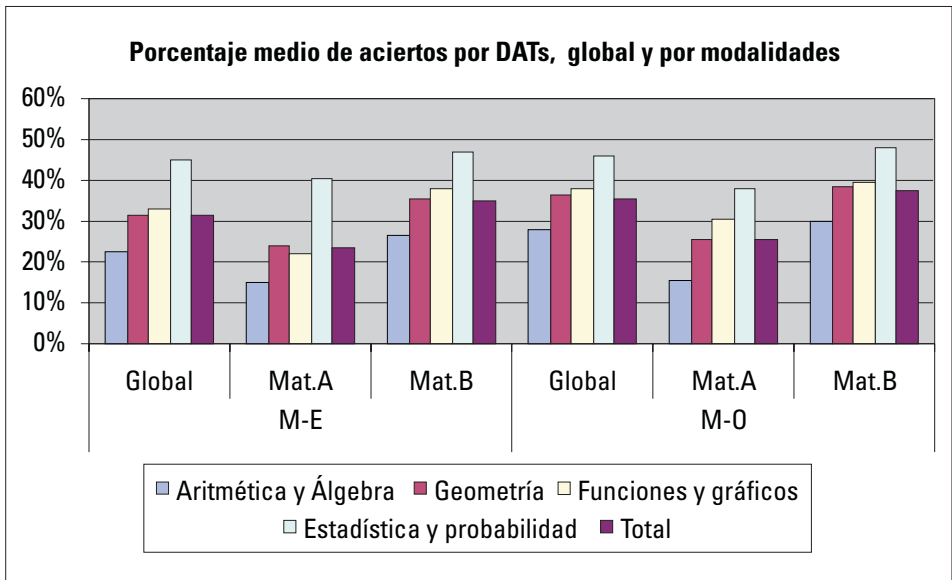


Tabla II.6 (continuación)

M-S			M-E			M-O		
Global	Mat.A	Mat.B	Global	Mat.A	Mat.B	Global	Mat.A	Mat.B
28,0%	15,5%	30,2%	22,1%	16,3%	24,9%	25,0%	18,2%	26,9%
36,3%	25,5%	38,4%	32,5%	27,4%	35,3%	32,3%	24,9%	34,2%
38,0%	30,5%	39,5%	29,0%	22,4%	33,0%	33,9%	25,1%	36,2%
45,9%	37,8%	47,8%	44,1%	40,6%	45,9%	47,7%	42,3%	49,2%
35,6%	25,4%	37,6%	30,4%	25,0%	33,2%	33,1%	26,1%	35,0%

Gráfico II.6 (continuación)

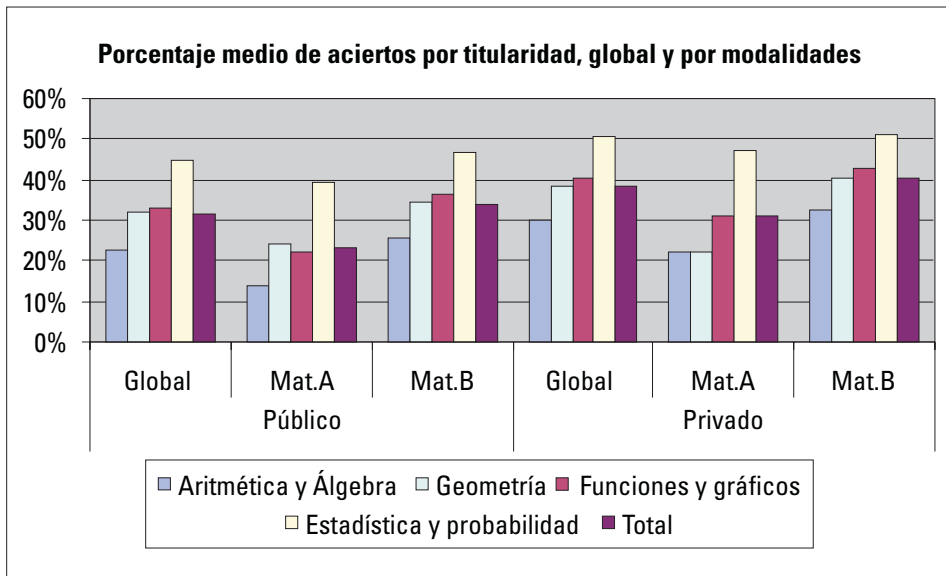


2.2.3. Rendimiento en porcentaje medio de aciertos, según titularidad y bloques de contenidos

Tabla II.7

Titularidad	Público			Privado		
	Global	Mat.A	Mat.B	Global	Mat.A	Mat.B
Aritmética y Álgebra	22,8%	14,0%	25,5%	30,2%	22,0%	32,5%
Geometría	31,8%	24,1%	34,2%	38,3%	22,0%	40,2%
Funciones y Gráficos	32,9%	22,0%	36,2%	40,3%	31,0%	42,6%
Estadística y Probabilidad	44,9%	39,4%	46,7%	50,5%	47,10%	51,4%
Total	31,4%	23,1%	34,00%	38,30%	31,2%	40,1%

Gráfico II.7

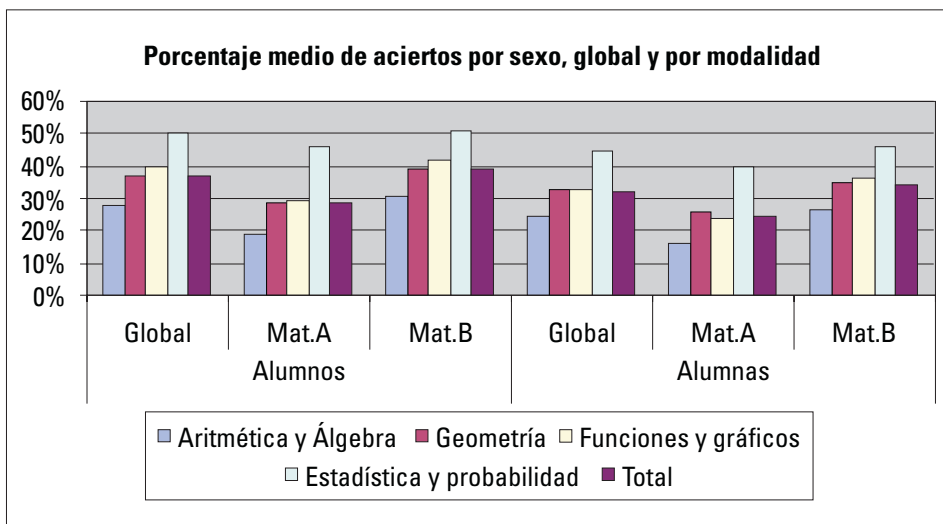


2.2.4. Rendimiento, en porcentaje medio de aciertos, según sexo y bloque de contenidos

Tabla II.8

Sexo	Alumnos			Alumnas		
Tipo de contenido	Global	Mat.A	Mat.B	Global	Mat.A	Mat.B
Aritmética y Álgebra	28,0%	18,7%	30,4%	24,2%	16,4%	26,7%
Geometría	36,8%	28,7%	38,9%	32,6%	25,7%	34,8%
Funciones y Gráficos	39,4%	29,6%	41,9%	33,0%	23,5%	36,1%
Estadística y Probabilidad	50,2%	45,9%	51,3%	44,7%	39,8%	46,3%
Total	36,9%	28,8%	39,0%	32,1%	24,7%	34,5%

Gráfico II.8



2.2.5. Resultados según los distintos bloques de contenido

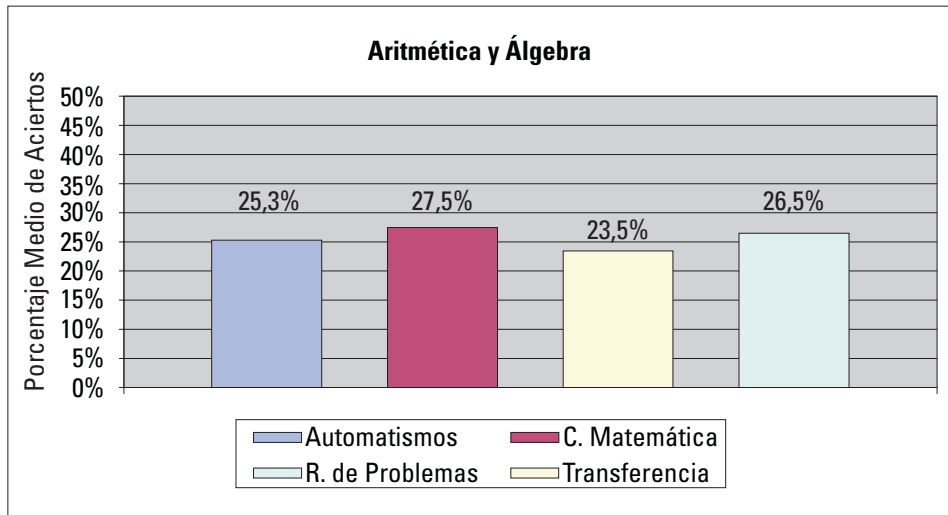
Aritmética y Álgebra. Este bloque, con un 26,2% porcentaje medio global de aciertos, consta de 41 preguntas que se refieren a:

- Iniciación al número real. La recta real.
- Notación científica. Operaciones en notación científica. Potencias de exponente fraccionario y radicales.
- Repaso y profundización en el cálculo algebraico: operaciones con polinomios.
- Ecuaciones de primer y segundo grado. Sistemas de ecuaciones lineales.

Las destrezas que los alumnos han desarrollado en los contenidos de este bloque han sido:

- Automatismos: porcentaje medio de aciertos del 25,3%,
- Cultura Matemática: porcentaje medio de aciertos de 27,5%,
- Transferencia: un 23,5%, y
- Problemas referidos a este bloque: el 26,5%.

Gráfico II.9
Porcentaje medio de aciertos



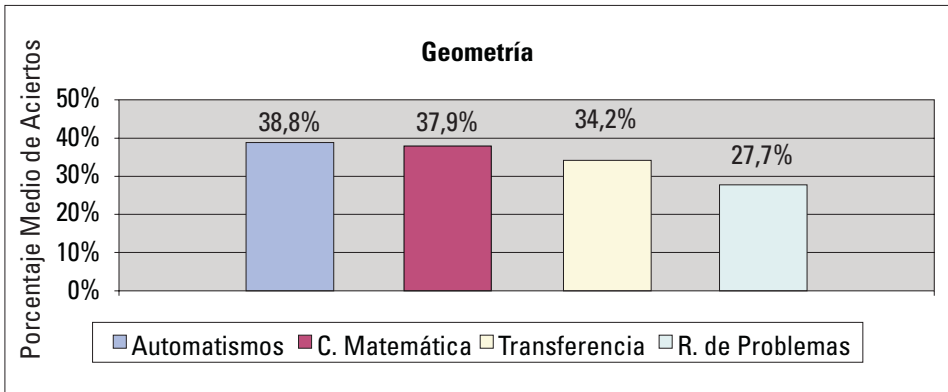
Geometría. Este bloque, con un 34,7% porcentaje global medio de aciertos, consta de 26 preguntas que se refieren a:

- Figuras semejantes. Razón de semejanza. Teorema de Tales.
- Razones trigonométricas. Resolución de triángulos rectángulos.
- Iniciación a la geometría analítica plana.

Las destrezas que los alumnos han desarrollado en los contenidos de este bloque han sido fundamentalmente:

- Automatismos: con un porcentaje medio de aciertos del 38,8%,
- Cultura Matemática: porcentaje medio de aciertos de 37,9%,
- Transferencia: un 34,2% y
- Resolución de Problemas referidos a este bloque: el 27,7%

Gráfico II.10



Se observa que las operaciones de resolución de problemas han sufrido un gran descenso en este bloque.

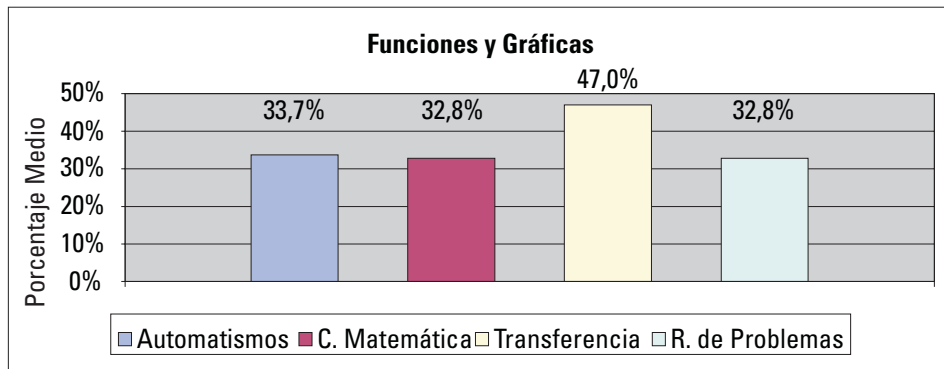
Funciones y Gráficas. Este bloque, con un 36,3% (porcentaje medio) de aciertos, consta de 23 preguntas que se refieren a:

- Funciones. Estudio gráfico de una función. Características globales de las gráficas: crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, continuidad, simetrías y periodicidad.
- Estudio de las funciones polinómicas de primer y segundo grado y de las funciones Exponenciales y de proporcionalidad inversa sencillas.
- Interpretación y lectura de gráficas en problemas relacionados con los fenómenos naturales, la vida cotidiana y el mundo de la información.

Entre las destrezas implicadas en este bloque sobresalen las referidas a:

- Automatismo: con un 33,7%,
- Cultura Matemática: con 32,8% medio de aciertos,
- Transferencia: el 47%,
- Resolución de Problemas: un 32,8%.

Gráfico II.11



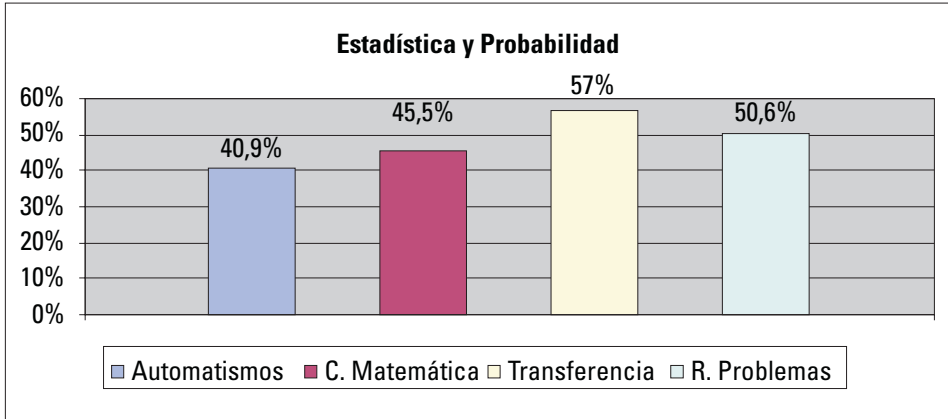
Estadística y Probabilidad. Este bloque, con un 47,4% porcentaje medio global de aciertos, consta de 23 preguntas que se refieren a:

- Variables discretas y continuas. Intervalos y marcas de clases.
- Elaboración e interpretación de tablas de frecuencias, gráficos de barras y de sectores, histogramas y polígonos de frecuencia.
- Cálculo e interpretación de los parámetros de centralización y dispersión.
- Experimentos aleatorios y sucesos. Probabilidad simple y compuesta. Utilización de distintas técnicas combinatorias en la asignación de probabilidades simples y compuestas.

En cuanto a las operaciones cognitivas implicadas en este bloque se obtienen los porcentajes siguientes:

- Automatismo: un 40,9 % medio de aciertos
- Cultura Matemática: con el 45,5%
- Transferencia: un 57%
- Resolución de Problemas con un 50,6%.

Gráfico II.12



2.3. Análisis de resultados según operaciones cognitivas

Las operaciones cognitivas generales que el alumno ha de dominar, en el desarrollo de los contenidos, son aquellas que le permitirán aplicar sus conocimientos matemáticos como herramientas de organización de fenómenos de naturaleza física, social o mental.

De entre las operaciones cognitivas generales, destacamos cuatro en este nivel (ya señaladas en anteriores epígrafes): Automatismos, Cultura Matemática, Transferencia y Resolución de Problemas.

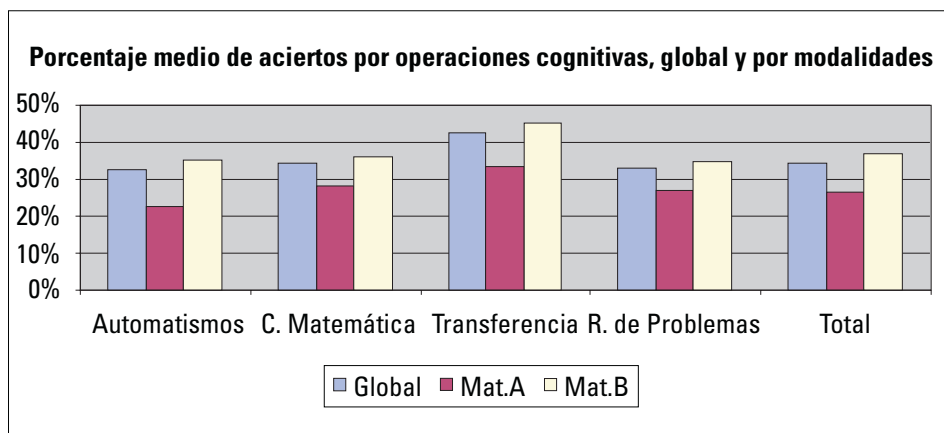
Porcentaje medio de aciertos según operaciones cognitivas

Tabla II. 9

Operaciones Cognitivas	Global	Mat.A	Mat.B
Automatismos	32,5%	22,7%	35,3%
C. Matemática	34,4%	28,1%	36,2%
Transferencia	42,6%	33,6%	45,2%
R. de Problemas	33,1%	26,8%	34,9%
Total	34,5%	26,6%	36,8%

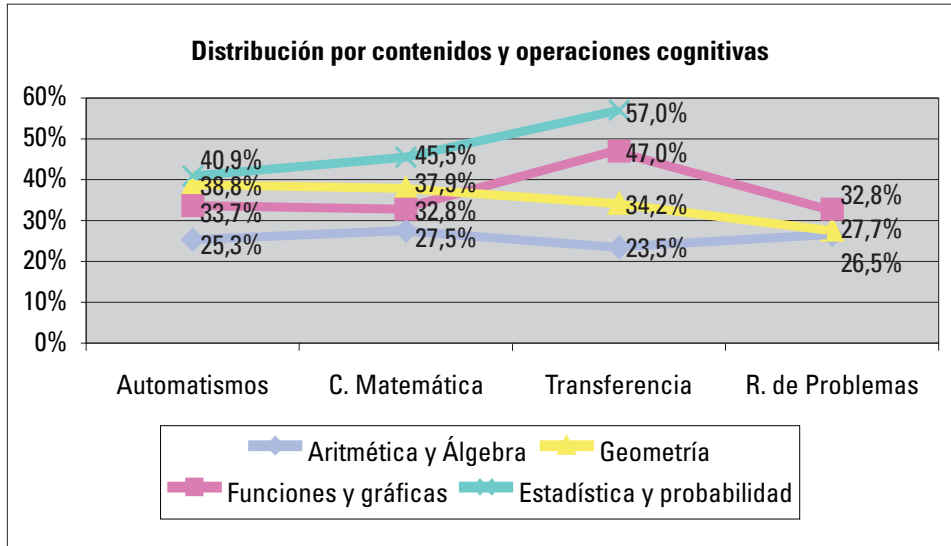
Automatismos y Resolución de Problemas, según se visualiza en la Tabla II.9 y el Gráfico II.13, son las operaciones cognitivas en la que se dan los peores resultados globales, 32,5% y 33,1%; en Transferencia se dan los mejores (42,6%). Ello es debido fundamentalmente a que estos alumnos tienen un dominio alto en habilidades y destrezas del tratamiento de la información, sobre todo con gráficos. Las diferencias entre modalidades vuelve a ser manifiesta, en Automatismos es de 12,6% y en Transferencia de 11,6%. En términos globales es alta 10,2%

Gráfico II.13



Si se cruzan los resultados por bloques de contenidos y dentro de cada bloque las operaciones cognitivas asociadas, se encuentran los datos del gráfico adjunto que indican una gran variabilidad en la operación cognitiva de Transferencia, dependiendo del bloque de contenidos al que se asocia. Así mientras que la Transferencia en los contenidos de Aritmética y Álgebra es de un 23,5% (lo cual es debido a las dificultades que tienen los alumnos en las representaciones a escala), en el bloque de Estadística y Probabilidad alcanza porcentajes del 57%.

Gráfico II.14



En las tablas II.10, II.11, II.12 y en los correspondientes gráficos se representan los porcentajes medios de aciertos en las distintas operaciones cognitivas, clasificados según Dirección de Área Territorial, titularidad de los centros y sexo de los alumnos.

Rendimiento según Dirección de Área Territorial y operaciones cognitivas
Tabla II.10

D.A.T.	M-C			M-N			M-S		
	Global	Mat.A	Mat.B	Global	Mat.A	Mat.B	Global	Mat.A	Mat.B
Operación cognitiva									
Automatismos	27,9%	25,1%	37,1%	26,6%	19,8%	30,5%	30,3%	22,6%	32,4%
C. Matemática	28,7%	30,6%	37,7%	31,0%	25,9%	33,7%	33,3%	28,3%	34,7%
Transferencia	23,8%	34,6%	46,9%	40,8%	36,2%	43,1%	41,0%	33,1%	43,0%
R. de Problemas	28,2%	29,7%	36,3%	29,4%	25,7%	31,3%	32,6%	25,2%	34,6%
Total	36,5%	28,9%	38,4%	30,4%	25,0%	33,2%	33,1%	26,1%	35,0%

Gráfico II.15

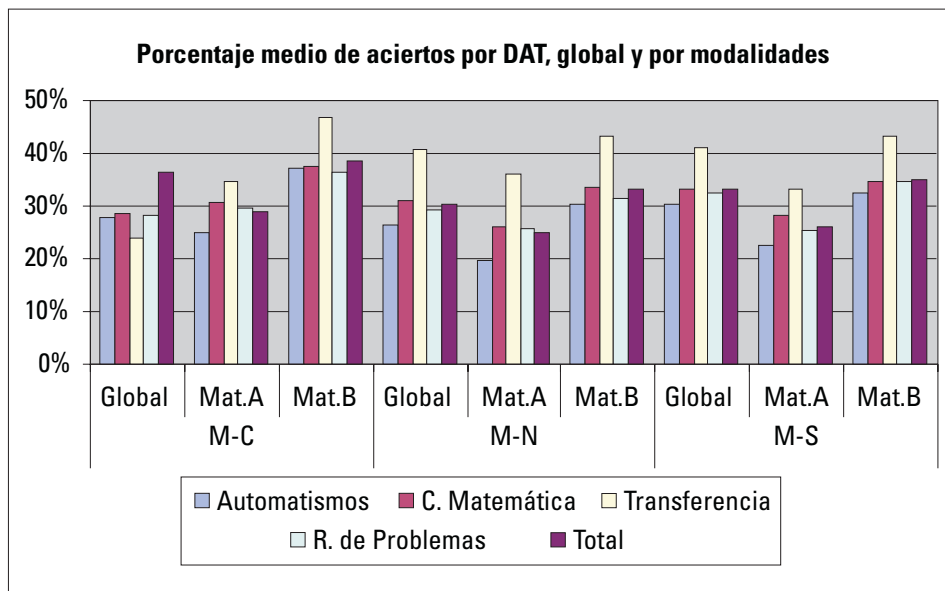
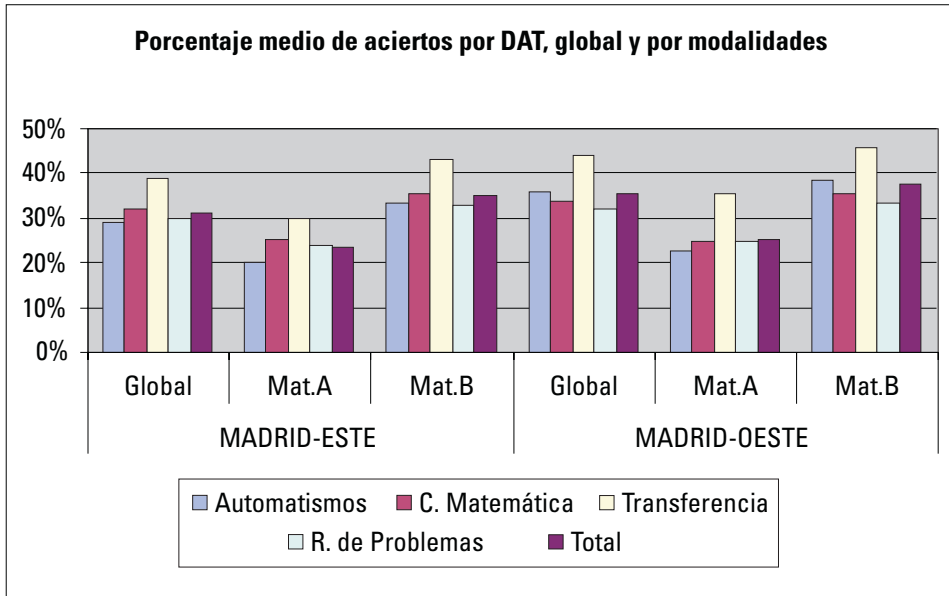


Tabla II.10 (Continuación)

D.A.T.	MADRID-ESTE			MADRID-OESTE		
	Global	Mat.A	Mat.B	Global	Mat.A	Mat.B
Operación cognitiva						
Automatismos	29,0%	20,1%	33,4%	36,1%	22,6%	38,6%
C. Matemática	32,1%	25,4%	35,7%	33,6%	24,6%	35,4%
Transferencia	38,7%	29,8%	43,1%	44,1%	35,4%	45,9%
R. de Problemas	29,8%	23,9%	32,7%	32,0%	24,6%	33,4%
Total	31,3%	23,7%	35,1%	35,6%	25,4%	37,6%

Gráfico II.15 (continuación)

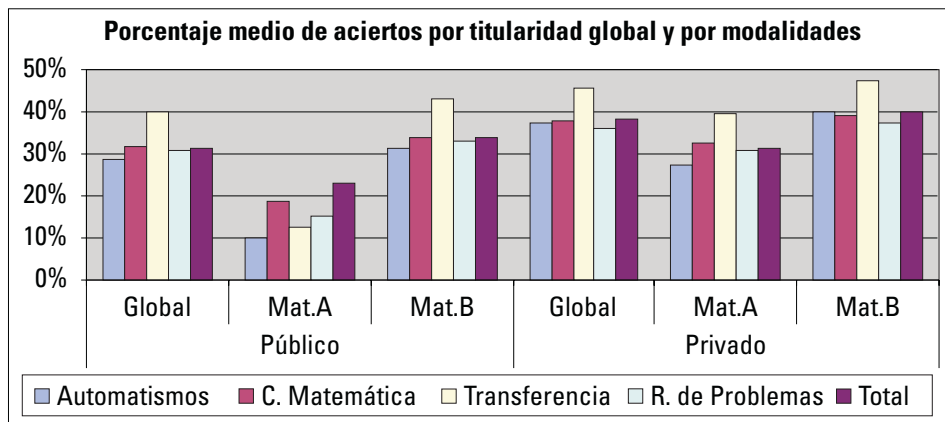


Rendimiento según la titularidad y operaciones cognitivas

Tabla II.11

Titular	Público			Privado		
	Global	Mat.A	Mat.B	Global	Mat.A	Mat.B
Operación cognitiva						
Automatismos	28,5%	10,0%	31,3%	37,3%	27,2%	40,0%
C. Matemática	31,6%	18,7%	33,7%	37,8%	32,7%	39,1%
Transferencia	39,9%	12,8%	43,2%	45,8%	39,6%	47,5%
R. de Problemas	30,8%	15,4%	33,0%	35,9%	31,0%	37,2%
Total	31,4%	23,1%	34,0%	38,3%	31,2%	40,1%

Gráfico II.16

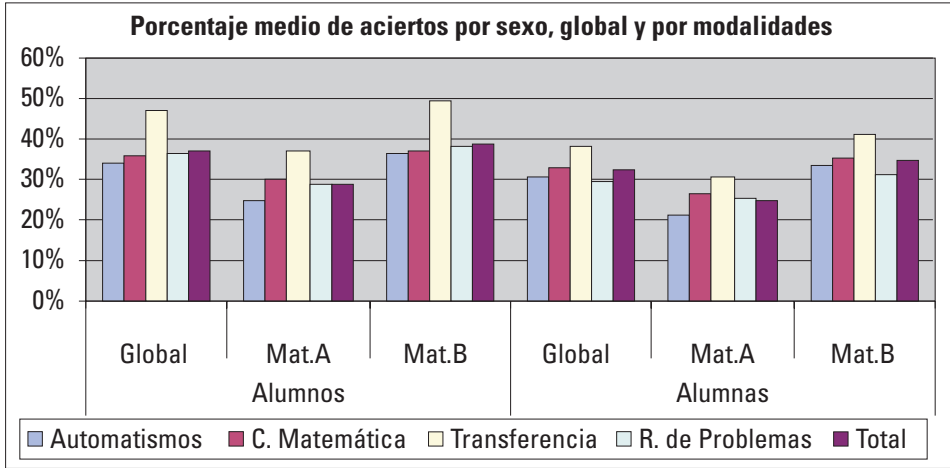


Rendimiento global según sexo y operaciones cognitivas

Tabla II.12

Sexo	Alumnos			Alumnas		
	Global	Mat.A	Mat.B	Global	Mat.A	Mat.B
Operación cognitiva						
Automatismos	34,1%	24,7%	36,6%	30,7%	21,1%	33,8%
C. Matemática	35,7%	30,1%	37,2%	33,0%	26,3%	35,1%
Transferencia	46,8%	37,3%	49,2%	38,3%	30,7%	41,0%
R. de Problemas	36,4%	28,6%	38,4%	29,6%	25,2%	31,1%
Total	36,9%	28,8%	39,0%	32,1%	24,7%	34,5%

Gráfico II.17



2.4. Análisis de los resultados desde la teoría de respuesta al ítem (TRI)

Como se dijo anteriormente, con porcentajes no es posible construir una única escala por el tipo de prueba; pero con la Teoría de respuesta al ítem sí es posible porque en este caso se dispone de un conjunto de preguntas comunes. En esa escala común se obtienen puntuaciones de los alumnos independientemente del modelo de prueba que hayan hecho.

Se ha aplicado esa técnica a las preguntas que pasaron el primer filtro de la Teoría clásica de los tests, ya que una de las razones para eliminar un ítem fue la baja discriminación, y esos ítems dan problemas en la fase de estimación de la TRI.

Tanto para la fase de estimación de los parámetros de los ítems, como para la de la estimación de las puntuaciones de los alumnos, se ha usado el programa Bilog.

En una primera fase se procedió a estimar los parámetros de los ítems y a estudiar el ajuste de los datos al modelo. Se aplicaron diversos procedimientos para estudiar el ajuste y se realizó un análisis factorial usando el programa Testfact.

Así pues, se han admitido 113 ítems para la estimación de las puntuaciones TRI, y con ellos se ha construido la escala a la que se le ha dado una media de 250 y una desviación típica de 50.

En el Anexo 1 se dan los parámetros de los ítems en la escala transformada en que se presentan las puntuaciones de los alumnos.

Los puntos de anclaje considerados han sido 150, 200, 250, 300, 350 y 400.

El criterio seguido para asociar un ítem a un punto particular ha sido que la diferencia entre la probabilidad esperada de aciertos en ese punto y la del inmediato anterior sea de al menos 0,3, y que la probabilidad en ese punto sea inferior a 0,5 y en el propio punto superior a 0,65. Por si en algún punto en particular no hay ítems suficientes para describirlo en términos del currículo, se ha relajado un poco la exigencia sobre la diferencia, de modo que si ésta está entre 0,25 y 0,3, se considere ese ítem para ese punto; especialmente si su parámetro de adivinación es alto, pues en ese caso el recorrido de la probabilidad en la escala es menor.

2.4.1. Descripción de los niveles de competencia

NIVEL 150

- Saben leer y escribir números enteros y racionales y manejan bien la calculadora para operaciones elementales.
- Reconocen las funciones continuas y los distintos tipos de funciones.
- Elaboran e interpretan tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos correspondientes a distribuciones discretas y continuas.

NIVEL 200

- Utilizan procedimientos básicos de cálculo algebraico para simplificar expresiones algebraicas sencillas.
- Resuelven ecuaciones de primer y segundo grado
- Reconocen y analizan formas y configuraciones geométricas sencillas.
- Determinan e interpretan el espacio muestral y los sucesos asociados a experimentos aleatorios simples.

NIVEL 250

- Identifican y utilizan los distintos tipos de números reales y resuelven problemas eligiendo adecuadamente el tipo de cálculo mental, manual o de calculadora dando el significado a las operaciones y resultados obtenidos.
- Resuelven problemas de ecuaciones de primer grado.
- Utilizan adecuadamente técnicas y procedimientos de cálculo para simplificar expresiones algebraicas formadas por sumas, restas y multiplicaciones de polinomios que conducen a resolver ecuaciones de segundo grado.
- Utilizan las relaciones y las razones de la trigonometría elemental para resolver problemas sencillos.
- Representan gráficamente e interpretan las características globales de los gráficos.

NIVEL 300

- Resuelven problemas sencillos utilizando métodos gráficos en la resolución de ecuaciones de segundo grado.
- Saben resolver sistemas de ecuaciones lineales, analítica y gráficamente
- Utilizan adecuadamente procesos básicos para representar y analizar formas geométricas sencillas.
- Reconocen la representación gráfica de funciones exponenciales y de proporcionalidad inversa sencillas.
- Resuelven problemas sencillos relacionados con la vida cotidiana que permiten evaluar el comportamiento de una gráfica.
- Utilizan adecuadamente técnicas combinatorias para el cálculo de probabilidades.

NIVEL 350

- Calculan expresiones numéricas de números racionales con exponentes enteros.
- Interpretan adecuadamente las relaciones numéricas que se dan en una fórmula conocida despejando cada una de sus variables con operaciones elementales, exponenciales y raíces cuadradas.
- Resuelven problemas sencillos de geometría analítica plana.
- Manejan la idea de límite de las funciones así como el cálculo de discontinuidades.

NIVEL 400

- Conocen el concepto de error absoluto y el cálculo de potencias con exponentes fraccionarios
- Utilizan convenientemente la calculadora en las operaciones con números reales y aplican las técnicas de aproximación adecuadas a cada caso valorando los errores cometidos.
- Utilizan técnicas adecuadas y procedimientos básicos para simplificar expresiones algebraicas formadas por sumas, restas y multiplicaciones de polinomios.
- Conocen el concepto de homotecia y semejanza y resuelven cálculos de áreas de figuras planas.
- Manejan el concepto de azar.

NIVEL 450

- Resuelven problemas complejos con números reales dando significado a las operaciones y resultados obtenidos, de acuerdo al enunciado.
- Resuelven ejercicios sobre funciones exponenciales y de proporcionalidad inversa
- Utilización correcta de diagramas de árbol para el cálculo de probabilidades simples y compuestas.

Perfil matemático del alumno medio

- > Sabe leer y escribir números enteros y fraccionarios.
- > Utiliza procedimientos básicos de cálculo algebraico para simplificar expresiones algebraicas sencillas y resuelve ecuaciones de primer y segundo grado.
- > Resuelve problemas eligiendo adecuadamente el tipo de cálculo mental, manual o de calculadora dando el significado a las operaciones y resultados obtenidos.
- > Conoce adecuadamente técnicas y procedimientos de cálculo para simplificar expresiones algebraicas de polinomios que conducen a resolver ecuaciones de segundo grado.
- > Reconoce y analiza formas y configuraciones geométricas sencillas
- > Utiliza las relaciones y las razones de la trigonometría elemental para resolver problemas sencillos.
- > Sabe representar gráficamente e interpretar las características globales de los gráficos de las funciones continuas y extrae la información directa que suministran.
- > Resuelve e interpreta problemas sencillos de cálculo de probabilidades, media y moda.
- > Determina e interpreta el espacio muestral y los sucesos asociados a experimentos aleatorios simples.

ANÁLISIS DE RESULTADOS EN PUNTUACIONES TRI

3. ANÁLISIS DE RESULTADOS EN PUNTUACIONES TRI

El análisis de resultados se desglosa teniendo en cuenta las dos modalidades de matemáticas que se imparten en 4^º de Educación Secundaria Obligatoria.

La siguiente tabla muestra los estadísticos descriptivos de las puntuaciones TRI. El valor medio se sitúa en el punto medio de la escala -250 puntos-, con una desviación típica de 50. La puntuación mínima es de 115,49 puntos para Matemáticas A y 120,74 puntos para Matemáticas B. Los valores máximos son de 374,65 para la Modalidad A y 406,02 para la Modalidad B.

Tabla III.1

MODALIDAD	MEDIA	DESVIACIÓN TÍPICA	MÁXIMO	MÍNIMO
Matemáticas A	219,49	42,24	374,65	115,49
Matemáticas B	258,82	48,58	406,02	120,74

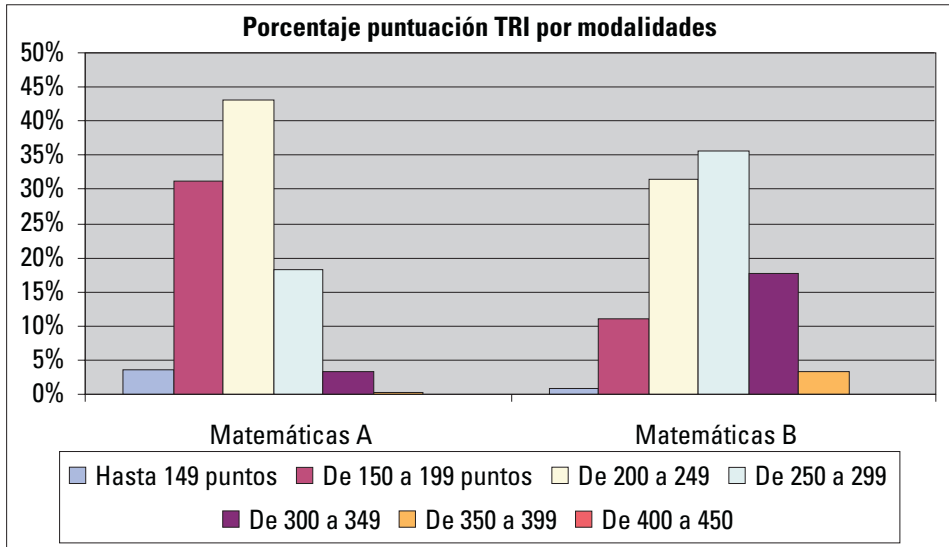
Es significativa la diferencia entre la media obtenida para Mat.A 219,49 y la de Mat.B 258,82

La distribución de la población entre los distintos niveles de puntuación se da en la siguiente tabla y el correspondiente gráfico:

Tabla III.2

Intervalo	Matemáticas A	Matemáticas B
Hasta 149 puntos	3,7%	0,8%
De 150 a 199 puntos	31,4%	11,0%
De 200 a 249	43,2%	31,6%
De 250 a 299	18,3%	35,7%
De 300 a 349	3,2%	17,6%
De 350 a 399	0,3%	3,2%
De 400 a 450	0,0%	0,1%
Total	100,0%	100,0%

Gráfico III.1



En la tabla III.2 se puede observar que por debajo del nivel 200 se encuentra el 35,1% de los alumnos de Matemáticas A y el 11,8% de alumnos de Matemáticas B. El 43,2% de los alumnos de la Modalidad A ocupa el intervalo comprendido entre [200 y 249] siendo en este intervalo el porcentaje de alumnos de la Modalidad B de 31,6%. En la Modalidad A, el 21,5% de los alumnos ocupa los intervalos entre [250 y 349] mientras que en la Modalidad B es el 53,5%. Por encima del nivel 300 se encuentra el 3,5% de alumnos de la Modalidad A y el 20,9% de Modalidad B.

Es de destacar el desplazamiento de la población, pues en Mat.A el 92,9% se encuentra en el intervalo [150,299], en cambio en Mat.B el 84,9% se encuentra en el intervalo [200,349].

3.1. Resultados en la escala TRI

Con las puntuaciones en la escala TRI se presenta en las siguientes tablas el rendimiento medido para distintos tipos de grupos: por titularidad, por Dirección de Área Territorial y por sexo.

Estos resultados se obtienen ponderando las puntuaciones según los pesos que representan los centros.

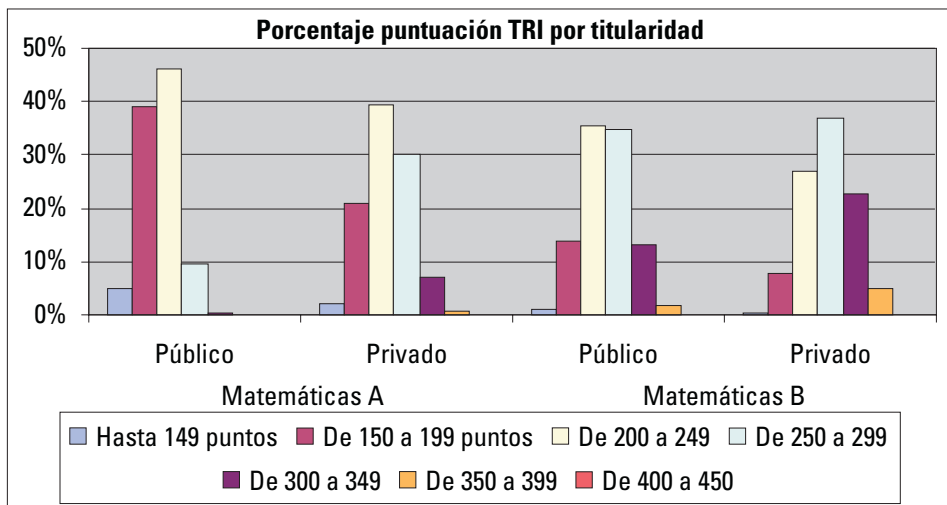
3.2. Resultados TRI por titularidad

La tabla III.3 y gráfico III.2 representan los niveles de competencia matemática de los alumnos según tipo de centro. Observando la tabla, en Matemáticas A en el intervalo comprendido entre [200, 299] se encuentran el 55,7% de los alumnos de los centros públicos y el 69,3% de los privados, siendo lo más significativo el 30% de alumnos privados que se encuentran en el intervalo [250,300] frente al 9,6% de los públicos. En Matemáticas B los porcentajes en el intervalo [200,299] son del 70,1% en centros públicos y el 61,1% en privados aunque en el intervalo [300,450] los porcentajes de alumnos son de 15% en públicos y 27,8% en los privados.

Tabla III.3

Titularidad	Público	Privado	Público	Privado
Intervalo	MATEMÁTICAS A		MATEMÁTICAS B	
Hasta 149 puntos	4,9%	2,0%	1,2%	0,4%
De 150 a 199 puntos	39,1%	20,8%	13,7%	7,8%
De 200 a 249	46,1%	39,3%	35,5%	27,1%
De 250 a 299	9,6%	30,0%	34,6%	37,0%
De 300 a 349	0,2%	7,3%	13,3%	22,7%
De 350 a 399	0,0%	0,7%	1,7%	5,0%
De 400 a 450	0,0%	0,0%	0,0%	0,1%
Total	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Gráfico III.2



3.3. Resultados TRI por Área Territorial

La tabla III.4 y gráfico III.3 representan los porcentajes en los distintos niveles de competencia matemática de los alumnos según el Área Territorial a la que su centro pertenece. Se separan las tablas y gráficos por cada modalidad. Puesto que los resultados, en términos de porcentaje, se aproximan a una distribución normal en todas las D. A. T., los mayores porcentajes se concentran en los intervalos y [150,199] y [200,250], aunque hay diferencias, especialmente en este último intervalo, entre algunas Áreas Territoriales.

Tabla III.4. Matemáticas A

Intervalo	M-CAPITAL	M-ESTE	M-NORTE	M-OESTE	M-SUR
Hasta 149 puntos	4,4%	3,5%	4,1%	3,7%	2,4%
De 150 a 199 puntos	23,9%	38,8%	36,4%	34,1%	35,2%
De 200 a 249	43,3%	49,5%	41,3%	42,1%	39,3%
De 250 a 299	22,0%	8,2%	16,0%	20,1%	20,4%
De 300 a 349	5,8%	0,0%	2,3%	0,0%	2,7%
De 350 a 399	0,7%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
De 400 a 450	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
Total	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Se observa que en el intervalo comprendido entre [200,249] las diferencias no son significativas, estas diferencias se incrementan en el siguiente intervalo [250,299], donde Madrid-Este no supera el 8,2% frente al 22% de Madrid-Capital.

Gráfico III.3

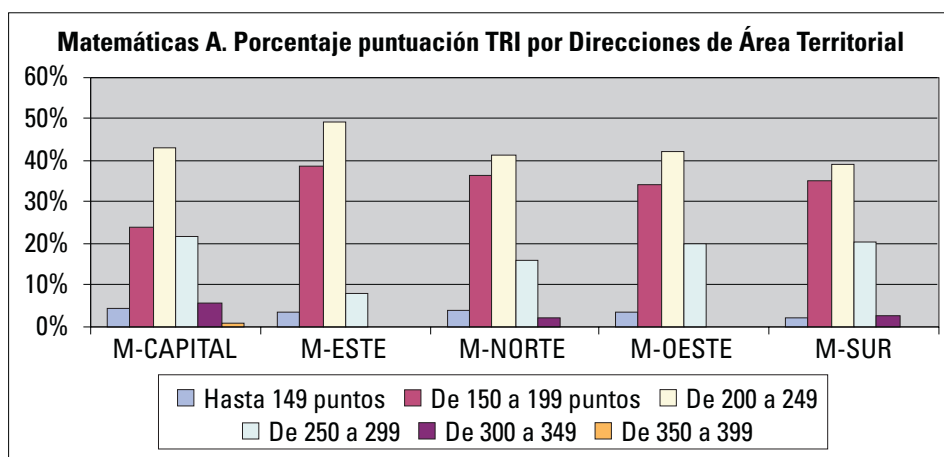


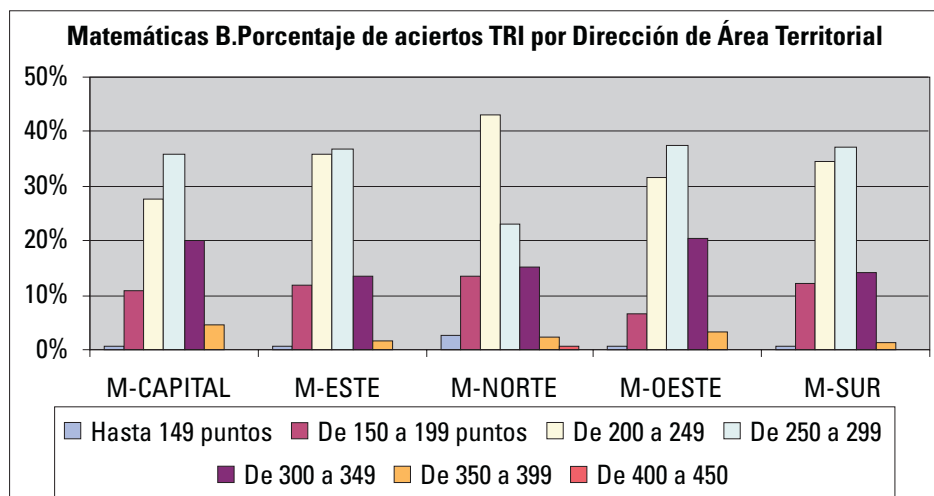
Tabla III.5. Matemáticas B

Intervalo	M-CAPITAL	M-ESTE	M-NORTE	M-OESTE	M-SUR
Hasta 149 puntos	0,8%	0,6%	2,6%	0,7%	0,7%
De 150 a 199 puntos	10,9%	11,7%	13,6%	6,7%	12,0%
De 200 a 249	27,8%	35,8%	43,0%	31,4%	34,6%
De 250 a 299	35,8%	36,8%	23,0%	37,5%	37,2%
De 300 a 349	20,0%	13,6%	15,0%	20,4%	14,3%
De 350 a 399	4,7%	1,5%	2,3%	3,3%	1,2%
De 400 a 450	0,1%	0,0%	0,6%	0,0%	0,0%
Total	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Se observa que en el intervalo comprendido entre [200,249] las diferencias son significativas, desde el 27,8% de Madrid-Capital hasta el 43% de Madrid-Norte. Sin embargo estas diferencias se sitúan en un 23% en Madrid-Norte frente al resto que se mueven en un entorno del 35 al 40% en el siguiente intervalo [250,299]. En el siguiente intervalo [300,350], Madrid-Capital y Madrid-Oeste están por encima en un 6% aproximadamente sobre las otras tres.

Si en los intervalos medios [200,349] los resultados se encuentran en porcentajes del 80%, destacando M-Oeste con 89,3%, en los bajos, hasta 199 puntos, M-Norte tiene el mayor porcentaje de los alumnos con un 16,2%, y el menor M-Oeste con 7,4%. Por el contrario, en los intervalos superiores, mayor de 350 puntos, el mayor porcentaje de alumnos lo tiene M-Capital con un 4,8% de alumnos y el menor M-Sur con un 1,2%.

Gráfico III.4



Observando estos cuadros y sus gráficos se ve la diferencia entre Matemáticas A y B en cada D.A.T., como ya era previsible. Si observamos el cuadro y gráfico de Matemáticas B, en el intervalo [250,349], Madrid Capital alcanza un porcentaje de 55,8%, Madrid-Este de 50,4%, Madrid-Norte de 38%, Madrid-Oeste de 57,9% y Madrid-Sur de 51,5%.

3.4. Resultados TRI por sexo

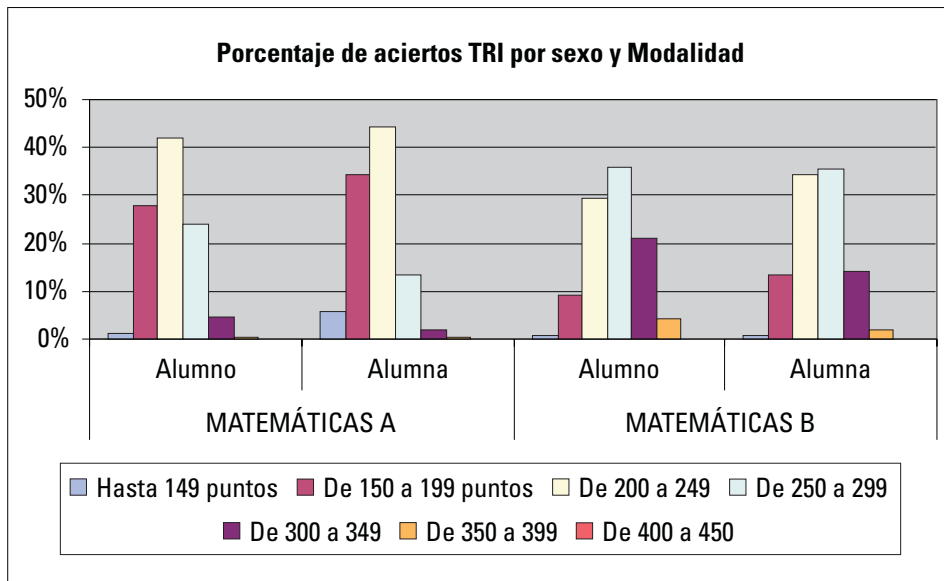
La tabla III.6 y gráfico III.5 representan los porcentajes en los distintos niveles de competencia matemática entre los alumnos según diferencias de sexo. Existe una diferencia significativa en las puntuaciones entre alumnos y alumnas. Así, en el intervalo [250,299] en Matemáticas A hay una diferencia de 10,4 puntos a favor del alumno y sin embargo no es significativa en este mismo intervalo la diferencia en Matemáticas B.

Tabla III.6

Modalidad	MATEMÁTICAS A		MATEMÁTICAS B	
	ALUMNO	ALUMNA	ALUMNO	ALUMNA
Hasta 149 puntos	1,2%	5,7%	0,8%	0,9%
De 150 a 199 puntos	27,9%	34,3%	9,0%	13,2%
De 200 a 249	41,8%	44,4%	29,2%	34,2%
De 250 a 299	23,9%	13,5%	35,8%	35,6%
De 300 a 349	4,7%	2,0%	20,9%	14,1%
De 350 a 399	0,4%	0,2%	4,2%	2,0%
De 400 a 450	0,0%	0,0%	0,1%	0,0%
Total	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

En Mat.A los mayores porcentajes, tanto para alumnos como para alumnas, se encuentran en el intervalo [200,249]. En Mat.B estos porcentajes mayores se encuentran en el intervalo [250,299].

Gráfico III.5



**RENDIMIENTO DE LOS ALUMNOS AL FINAL
DE LA EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA**

4. RENDIMIENTO DE LOS ALUMNOS AL FINAL DE LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

Matemáticas B

La interpretación de los resultados obtenidos por los alumnos que cursaron Matemáticas B, que son los más numerosos en la muestra, expresados en las tablas anteriores se debe hacer a partir de la descripción de las competencias determinadas en los distintos puntos de anclaje. Ha de tenerse en cuenta que, por tratarse de una escala acumulativa, los alumnos que estén en un intervalo dado, en relación con sus puntuaciones, dominarán las competencias de ese intervalo y las de los anteriores; y, por el contrario, no dominarán las competencias que se sitúen en los puntos de anclaje posteriores al suyo.

Haciendo un análisis de los rendimientos de los alumnos al término de la Educación Secundaria, podemos concretar lo siguiente:

- El 56,6% de los alumnos conoce lo correspondiente al perfil del alumno medio y superior.
- El 0,8% de los alumnos reduce sus conocimientos matemáticos solamente a leer y escribir números enteros y racionales, reconocer funciones continuas y resolver problemas sencillos de cálculo de probabilidades.
- El 11% de los alumnos, además de dominar los contenidos del nivel anterior, sabe utilizar procedimientos básicos de cálculo algebraico, resolver ecuaciones de 1º y 2º grado y analizar formas y configuraciones geométricas sencillas.
- Un 31,6%, además de dominar los conocimientos anteriores, manejan los números reales, simplifican expresiones algebraicas y resuelven ecuaciones, interpretando las características globales de los gráficos.
- El 35,7%, además de dominar los conocimientos anteriores, resuelve analítica y gráficamente sistemas de ecuaciones lineales así como problemas de aplicación de razones trigonométricas
- Un 17,6% de los alumnos, además de dominar los conocimientos anteriores, sabe calcular expresiones numéricas de números racionales con exponentes enteros y resuelve problemas de geometría analítica plana.
- El 3,2% de los alumnos, además de dominar los conocimientos anteriores, utilizan técnicas adecuadas y procedimientos básicos para simplificar expresiones algebraicas formadas por sumas, restas y multiplicación de polinomios, conocen el concepto de semejanza, resuelven cálculos de áreas de figuras planas, utilizan diagramas de árbol para el cálculo de probabilidades simples.

Matemáticas A

Para los alumnos que cursaron la Modalidad de Matemáticas A se puede determinar, de la misma manera que en el apartado anterior, su rendimiento. En este caso, observando los valores de la tabla TRI se obtendría el siguiente resultado:

- El 21,8% de los alumnos conoce lo correspondiente al perfil del alumno medio y superior.
- El 3,7% de los alumnos reduce sus conocimientos matemáticos solamente a leer y escribir números enteros y racionales, reconocer funciones continuas y resolver problemas sencillos de cálculo de probabilidades.
- El 31,4% de los alumnos, además de dominar los contenidos del nivel anterior, sabe utilizar procedimientos básicos de cálculo algebraico, resolver ecuaciones de 1º y 2º grado y analizar formas y configuraciones geométricas sencillas.
- Un 43,2%, además de dominar los conocimientos anteriores, maneja los números reales, simplifica expresiones algebraicas y resuelve ecuaciones, interpretando las características globales de los gráficos.
- El 18,3%, además de dominar los conocimientos anteriores, resuelve analítica y gráficamente sistemas de ecuaciones lineales así como problemas de aplicación de razones trigonométricas
- Un 3,2% de los alumnos, además de dominar los conocimientos anteriores, sabe calcular expresiones numéricas de números racionales con exponentes enteros y resuelve problemas de geometría analítica plana.
- El 0,3% de los alumnos, además de dominar los conocimientos anteriores, utiliza técnicas adecuadas y procedimientos básicos para simplificar expresiones algebraicas formadas por sumas, restas y multiplicación de polinomios, conoce el concepto de semejanza, resuelve cálculos de áreas de figuras planas y utiliza diagramas de árbol para el cálculo de probabilidades simples.

CONCLUSIONES Y PROPUESTAS

5. CONCLUSIONES Y PROPUESTAS

5.1. Conclusiones

1. La fiabilidad de la prueba es alta; más de 0,80 en todos los modelos
2. De acuerdo con la Teoría Clásica de los Test, los resultados obtenidos indican que los alumnos han encontrado más dificultad de la esperada para resolver acertadamente los ítems que conformaban la prueba. El porcentaje medio de aciertos en la prueba en términos globales es de 34,5%. En Matemáticas A es de 26,8% y en Matemáticas B del 36,8%. La diferencia de 10 puntos a favor de Matemáticas B es la misma que la publicada en el Documento de Trabajo nº 13 de la Subdirección General de Inspección Educativa sobre resultados escolares. Sin embargo, los porcentajes de suficiencia son de 77,16% en Matemáticas B y 67,77% en Matemáticas A. Aunque en este tipo de evaluaciones los resultados, en general, son inferiores a los que se obtienen en la evaluación final, es necesario mencionar que en algunos centros la aplicación no despertó mucho interés en algunos alumnos, lo que pusieron de manifiesto a la hora de cumplimentar la prueba. Es significativo el alto porcentaje de preguntas no contestadas entre las diez últimas de la segunda parte, lo que también suele ser habitual en este tipo de pruebas, especialmente en las preguntas abiertas.
Las diferencias entre los porcentajes de las Direcciones de Área Territorial y el porcentaje medio de aciertos en la prueba no son significativas.
3. Tampoco hay diferencias significativas en el porcentaje medio entre chicos y chicas.
4. Hay diferencias significativas en el porcentaje medio de aciertos, entre los centros según titularidad. Los centros privados superan en casi 7 puntos porcentuales a los centros públicos.
5. El bloque de Estadística y Probabilidad ha sido en el que los alumnos han obtenido mejores resultados, 47,4% (porcentaje medio de aciertos). En Matemáticas A el porcentaje es de 42,6% y en Matemáticas B de 48,9%. El bloque de Aritmética y Álgebra, con un 26,2%, es en el que los alumnos han obtenido peores resultados, siendo llamativo el porcentaje en Matemáticas A (17,4%). El bloque de Funciones y Gráficas obtiene un 36,3%, y el de Geometría un 34,7%. Hay que hacer hincapié en la diferencia de los resultados entre Matemáticas A y B. En estos dos últimos bloques los alumnos de Matemáticas B obtienen resultados de 39,1% y 37%, mientras que los de la Modalidad A obtienen 26,2% y 27%. Llama la atención el resultado de Aritmética y Álgebra. Parece que el alumno al tener que aplicar procedimientos algebraicos fuera del contexto específico operativo tiene dificultades en identificar y aplicar dichos procedimientos.
6. En relación con las operaciones cognitivas, hay que destacar la mejora en la habilidad de los alumnos para los procesos de Transferencia. Sin embargo, los

Automatismos han empeorado con respecto al final de la etapa de Educación Primaria, la Resolución de Problemas sigue baja, por lo que se deberían potenciar las estrategias de mejora en Automatismos y Resolución de Problemas en la clase de matemáticas.

7. El perfil matemático del alumno medio, que es el que está en torno a los 250 puntos TRI, es decir, en torno a la media de las puntuaciones, viene dado por las siguientes competencias:
 - > Sabe leer y escribir números enteros y fraccionarios.
 - > Utiliza procedimientos básicos de cálculo algebraico para simplificar expresiones algebraicas sencillas y resolver ecuaciones de primer y segundo grado.
 - > Resuelve problemas eligiendo adecuadamente el tipo de cálculo mental, manual o de calculadora, dando el significado a las operaciones y resultados obtenidos.
 - > Conoce adecuadamente técnicas y procedimientos de cálculo para simplificar expresiones algebraicas de polinomios que conducen a resolver ecuaciones de segundo grado.
 - > Reconoce y analiza formas y configuraciones geométricas sencillas.
 - > Utiliza las relaciones y las razones de la trigonometría elemental para resolver problemas sencillos.
 - > Sabe representar gráficamente e interpretar las características globales de los gráficos de las funciones continuas y extrae la información directa que suministran.
 - > Resuelve e interpreta problemas sencillos de cálculo de probabilidades, media y moda.
 - > Determina e interpreta el espacio muestral y los sucesos asociados a experimentos aleatorios simples.

8. Haciendo un análisis detallado de los rendimientos de los alumnos que cursaron Matemáticas B, los más numerosos de la muestra, al término de la Educación Secundaria nos encontramos lo siguiente:
 - El 57% de los alumnos conoce lo correspondiente al perfil del alumno medio y superior.
 - El 1% de los alumnos reduce sus conocimientos matemáticos solamente a leer y escribir números enteros y racionales, reconocer funciones continuas y resolver problemas sencillos de cálculo de probabilidades.
 - El 11% de los alumnos, además de dominar los contenidos del nivel anterior, sabe utilizar procedimientos básicos de cálculo algebraico, resolver ecuaciones de 1º y 2º grado y analizar formas y configuraciones geométricas sencillas.

- Un 32%, además de dominar los conocimientos anteriores, maneja los números reales, simplifica expresiones algebraicas y resuelve ecuaciones, interpretando las características globales de los gráficos.
- El 36%, además de dominar los conocimientos anteriores, resuelve analítica y gráficamente sistemas de ecuaciones lineales así como problemas de aplicación de razones trigonométricas
- Un 18% de los alumnos, además de dominar los conocimientos anteriores, sabe calcular expresiones numéricas de números racionales con exponentes enteros y resuelve problemas de geometría analítica plana.
- El 3% de los alumnos, además de dominar los conocimientos anteriores, utiliza técnicas adecuadas y procedimientos básicos para simplificar expresiones algebraicas formadas por sumas, restas y multiplicación de polinomios, conoce el concepto de semejanza, resuelve cálculos de áreas de figuras planas y utiliza diagramas de árbol para el cálculo de probabilidades simples.

5.2. Propuestas

1. Mejorar la información a los centros y a los alumnos para asumir las evaluaciones externas como algo natural en el sistema educativo.
2. Los Departamentos de Matemáticas de los centros que participaron en la evaluación, con la ayuda del Servicio de Inspección Educativa, deberán analizar este documento, junto con la ficha que contiene los resultados del propio centro, para realizar las propuestas de mejora que estimen oportunas.
3. El equipo de evaluación de Matemáticas enviará un cuestionario a los Departamentos de Matemáticas para hacer el seguimiento de este análisis y recoger las propuestas de mejora de todos los centros.
4. El equipo de evaluación revisará con los profesores que elaboraron los ítems las causas de la dificultad de esta prueba y los resultados obtenidos.
5. El equipo de evaluación de Matemáticas, antes de finalizar el curso, se reunirá con los profesores de Matemáticas de los centros que participaron en la evaluación para hacer un análisis de la problemática que presenta la impartición de las matemáticas en 4º curso de la ESO y de las propuestas de mejora que los centros y la administración educativa deben llevar a cabo.

EJEMPLOS DE PREGUNTAS DE DISTINTOS GRADOS DE DIFICULTAD

6. EJEMPLOS DE PREGUNTAS DE DISTINTOS GRADOS DE DIFICULTAD

Se han seleccionado tres preguntas de distinto grado de dificultad (fácil, intermedia, difícil) para cada uno de los bloques de contenido. Para cada una de las preguntas, se indica su probabilidad de respuesta, según el nivel de dominio de las capacidades básicas. Así, por ejemplo:

6.1. Bloque Aritmética y Álgebra

Pregunta fácil

Calcula la expresión decimal de las siguientes fracciones:

$$\frac{25}{100} \quad \frac{34}{10} \quad \frac{82}{1000} \quad \frac{1}{2}$$

Ordena de menor a mayor los números que has obtenido y elige la opción correcta:

- a) 0,25 < 0,082 < 0,5 < 3,4
- b) 0,25 < 0,5 < 0,082 < 3,4
- c) 3,4 < 0,25 < 0,5 < 0,082
- d) 0,082 < 0,25 < 0,5 < 3,4

La ha contestado correctamente el 88,3% de los alumnos y tiene un coeficiente de dificultad de 115,65.

Pregunta intermedia

¿Cuáles son las soluciones de las ecuaciones de 2º grado $x^2-6x+8=0$?

- a) $x=2$ y $x=-4$
- b) $x=-2$ y $x=-4$
- c) $x=2$ y $x=4$
- d) ninguna de las anteriores

La ha contestado correctamente el 68,7% de los alumnos, y tiene un coeficiente de dificultad de 192,47 en puntuaciones TRI.

Pregunta difícil

Si x e y representan dos números cualesquiera. ¿Cómo expresarías la semidiferencia entre su suma y el cuadrado de su diferencia ?

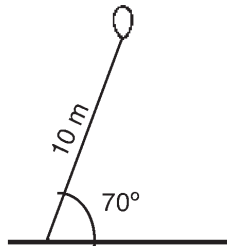
Ha contestado correctamente el 7,4% de los alumnos, y tiene un índice de dificultad de 401,89 en puntuaciones TRI.

6.2. Bloque Geometría

Pregunta fácil

Un globo se sostiene en el aire atado al extremo de una cuerda de 10 m. y sujeto al suelo por el otro extremo. Por la acción del viento, la cuerda permanece estirada pero formando un ángulo de 70° con el suelo horizontal.

¿Qué medida de las siguientes estima mejor la altura, desde el suelo, a la que se encuentra el globo?

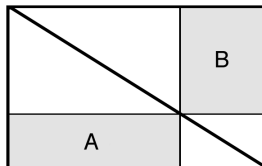


- a) 9 m
- b) 9,1 m
- c) 9,4 m
- d) 9,7 m

La ha contestado correctamente el 50,2% de los alumnos y tienen una puntuación TRI de 270,81.

Pregunta intermedia

¿Cuál de estas dos áreas sombreadas en mayor? Justifica tu respuesta.

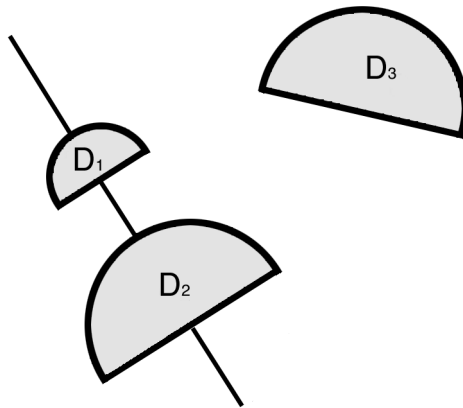


Esta pregunta tenía dos partes: la primera pedía cual de las áreas sombreadas es mayor y la ha contestado correctamente el 62,1 % con una puntuación TRI de 218,30. Sin embargo, la segunda parte que pedía la justificación de la respuesta anterior ha sido contestada por un 25,5% con una puntuación TRI de 340,94, que la convierte en difícil.

Pregunta difícil

Fíjate en los discos D1,D2,D3 de la figura. Considerando que $D_2 = D_3$, di cuál de las siguientes afirmaciones te parece correcta:

- a) D1 es el transformado de D2 por una simetría.
- b) D3 es el transformado de D1 por un giro.
- c) D2 es el transformado de D3 por una traslación y un giro.
- d) No existe ninguna relación entre los tres discos.

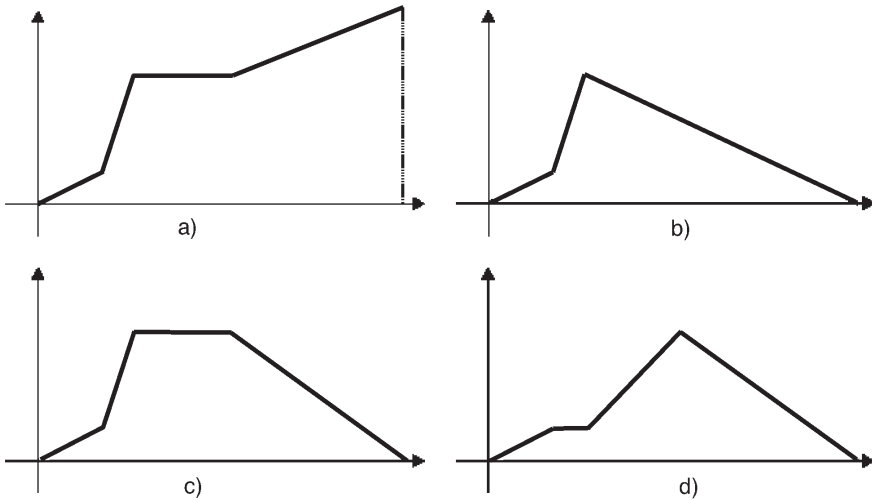


La ha contestado correctamente el 49% de los alumnos, con un índice de dificultad de 310,52 en puntuaciones TRI.

6.3. Bloque Funciones y Gráficos

Pregunta fácil

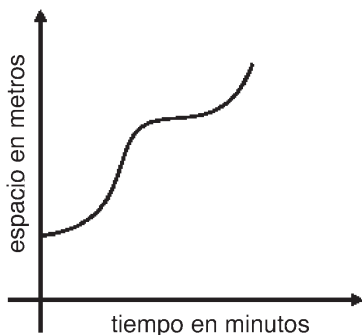
Un atleta comienza a realizar un entrenamiento. Al principio, como tiene que calentar, comienza a correr a un ritmo lento. Luego aumenta su ritmo de carrera, corriendo a gran velocidad. Posteriormente se para un tiempo para descansar. Después regresa a casa caminando. ¿Cuál podría ser la gráfica que representa la distancia a casa en función del tiempo transcurrido



La ha contestado correctamente el 72,3% de los alumnos, con un índice de dificultad de 101,76 en puntuaciones TRI.

Pregunta intermedia

La siguiente gráfica representa la variación del espacio en función del tiempo de un móvil. Dibuja la gráfica de otro móvil que, recorriendo el mismo espacio en el mismo tiempo, hubiera llevado velocidad uniforme. Si salieron a la vez, ¿cuántos adelantamientos hubo?



nº de adelantamientos:

Esta pregunta tiene dos partes. La primera, que pedía dibujar la gráfica ha sido contestada por un 49,3% con una puntuación TRI de 274,47. La segunda parte que se refería al número de adelantamientos ha sido contestada por un 28,6% con una puntuación TRI de 337.

Pregunta difícil

9. ¿Cuál es el dominio de $f(x) = \frac{x-3}{\sqrt{-3-x}}$

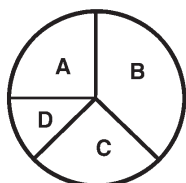
- a) $(3, +\infty)$
- b) $[3, +\infty)$
- c) $(-\infty, -3)$
- d) $(-\infty, -3]$

La ha contestado correctamente el 25,2% de los alumnos, con un índice de dificultad de 399,5 en puntuaciones TRI.

6.4. Bloque Estadística y Probabilidad

Pregunta fácil

11. Elige la tabla correspondiente al diagrama adjunto.



a)

	Frecuencia
A	6
B	3
C	6
D	9

b)

	Frecuencia
A	6
B	9
C	6
D	3

c)

	Frecuencia
A	5
B	7
C	3
D	5

d)

	Frecuencia
A	5
B	6
C	4
D	5

La ha contestado correctamente el 91,5% de los alumnos y tiene un índice de dificultad de 5,5

Pregunta intermedia

10. De una caja con 5 bolas blancas, 2 negras y 3 rojas se extrae una al azar. La probabilidad de que no sea roja es:

a) $\frac{1}{2}$

a) $\frac{3}{7}$

a) $\frac{7}{10}$

a) $\frac{3}{10}$

La ha contestado correctamente el 65,1% de los alumnos y tiene un índice de dificultad de 209.

Pregunta difícil

Una empresa fabrica bombillas para iluminaciones industriales que tienen una duración media de 3.000 horas y una desviación típica igual a 850 horas. El proceso de fabricación está ajustado de manera que la distribución de la vida (o duración) de las bombillas sea normal. Si tú fueras un comerciante que vende estas bombillas, ¿te sorprendería observar que de 5.000 bombillas vendidas has recibido quejas sobre 500 porque se han fundido antes de cumplir 2.150 horas?. ¿Y si las quejas fueran sobre 1.100 bombillas?

Pregunta con dos partes. La primera la ha contestado correctamente el 30,1% de los alumnos y la segunda un 26% y tiene un índice de dificultad de 375.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Diagnóstico del Sistema Educativo. La Escuela Secundaria Obligatoria. 1997. INCE
- Evaluación de la Educación Secundaria. 2000. INCE
- Mathematics Achievement in the Middle School Years. I E A TIMSS 1997
- Knowledge and Skills for Life. PISA 2000. OECD
- I R T MODELING LAB. University of Illinois. 2003
- BAKER, F. B.: *The Basics of item response Theory*. ERIC. 2001
- BAKER, F. B.: *Basics of item response theory*. University of Wisconsin. 2001
- BEJAR, J.I.: *Introduction to item response models and their assumptions*. R.K. Hambleton Ed. *Applications of item response theory*. Vancouver: Educational Research Institute of British Columbia. 1983
- CROCKER, L.; ALGINA, J.: *Introduction to classical and modern test theory*. Harcourt Brace Javanovich College Published. 1986
- DE LA ORDEN, Arturo: *Investigación cuantitativa y medida en educación*, BORDON, Vol 41, nº 2. 1989
- EMBRETSON, S.E. y HERSH BERGER, S.L.: *The new rules of measurement*. Mahwah. New Jersey. 1999
- GARCÍA CUETO, Z.: *Introducción a la psicometría*. México. Siglo XXI (2001). 1993
- HAMBLETON R. K.: *Item response Theory. Principles and Applications*. Boston 1985
- HAMBLETON, R.K. Y SWAMINATHAN, H.: *Item response Theory: Principles and applications*. Boston. Kluber A.P. 1985
- MARTÍNEZ ARIAS, R.: *Psicometría: Teoría de los test psicológicos y educativos*. Madrid. Síntesis. 1995
- MUÑIZ, J.: *Teoría clásica de los Test*. Madrid. Editorial Pirámide. 1998. *Teoría de respuesta a los ítems*. Madrid. Editorial Pirámide. 1997
- NUNNALLY, J.C. y BERNSTEIN, I.: *Teoría Psicométrica*. México. Mc Graw-Hill. 1995
- RASCH, G.: *Probabilistic models for some intelligence and attainment test*. Copenhagen. The Danish Institute for Educational Research. 1960
- WALSH, W.B.: *Test and assessment*. Inglewood cliffs. Prentice Hall. 2001

ANEXOS

ANEXO I. PARAMETROS DE LOS DIFERENTES ÍTEMS DE LA PRUEBA

Pregunta	Discriminación	Dificultad	Adivinación	Punto anclaje
preg17co	0,01	306,12	0,15	
preg18co	0,01	280,93	0,05	
preg19co	0,01	358,08	0,12	
preg20co	0,01	319,17	0,15	
pr21co	0,01	248,88	0,03	
preg22co	0,02	192,47	0,07	
preg23co	0,01	340,72	0,11	
preg24co	0,00	290,90	0,12	
preg25co	0,01	101,76	0,14	
preg12 ^a	0,01	398,78	0,03	
pre212 ^a	0,01	218,30	0,09	
pre222 ^a	0,01	340,94	0,02	
preg32 ^a	0,01	309,56	0,01	350
preg42 ^a	0,01	326,95	0,02	
pregu1a1	0,02	375,57	0,05	400
pregu3a1	0,01	271,34	0,12	
pregu4a1	0,01	115,65	0,08	
pregu5a1				
preg6a	0,01	188,83	0,08	
pregu7a1	0,01	350,01	0,10	
preg8a1	0,01	254,33	0,09	
pregu9a1				
pregu10a1	0,01	361,18	0,11	
preg11a1	0,01	282,24	0,11	
preg12a1	0,01	353,78	0,05	
preg13a1	0,01	307,34	0,07	350
preg14a1	0,01	223,93	0,07	250
preg15a1	0,01	107,96	0,08	
preg16a1	0,01	323,49	0,09	

Continuación

pregu1b1	0,01	270,81	0,12	
pregu2b1	0,01	243,81	0,10	
pregu3b1	0,01	327,55	0,14	
pregu4b1	0,01	406,06	0,09	
pregu6b1	0,01	328,63	0,07	
pregu7b1				
pregu8b1	0,01	262,10	0,08	
pregu9b1	0,02	414,05	0,02	450
preg11b1	0,01	5,48	0,09	
preg13b1				
preg14b1	0,01	230,31	0,06	250
preg15b1	0,02	341,31	0,15	
preg16b1	0,01	334,88	0,15	
pregu2c1	0,01	281,04	0,20	
pregu3c1	0,01	188,93	0,08	
pregu6c1	0,02	321,59	0,19	350
pregu7c1	0,02	295,25	0,03	250
pregu8c1	0,02	360,85	0,04	400
pregu9c1	0,01	399,54	0,17	
preg10c1	0,01	209,40	0,08	
preg12c1	0,01	305,25	0,13	
preg14c1	0,01	389,15	0,16	
preg15c1	0,01	364,53	0,07	
pregu1d1	0,02	402,05	0,08	
pregu3d1	0,02	357,01	0,19	
pregu4d1	0,00	310,52	0,15	
pregu5d1	0,01	372,00	0,14	
pregu6d1	0,01	420,48	0,10	
pregu7d1	0,01	435,56	0,20	
pregu8d1	0,01	317,64	0,08	

Continuación

pregu9d1	0,01	368,75	0,11	
preg10d1				
preg11d1	0,02	376,12	0,12	400
preg12d1	0,01	122,00	0,08	150
preg13d1	0,01	133,83	0,08	
preg14d1				
preg16d1		388,10	0,08	
preg6a22	0,01	375,05	0,10	
pre7a12 ^a	0,02	362,96	0,02	400
pre7a22 ^a	0,02	366,73	0,03	400
prg10a12	0,02	367,52	0,03	400
prg10a22	0,02	358,68	0,02	400
prg10a32	0,02	373,13	0,02	400
pr112a2 ^a	0,01	367,89	0,02	
pr121a2 ^a	0,02	290,39	0,03	
pr122a2 ^a	0,02	320,24	0,02	350
prg13a2 ^a	0,01	368,70	0,03	400
prg14a2 ^a	0,02	470,23	0,01	500
prg15a2 ^a	0,02	350,44	0,01	
pre6b2 ^a	0,01	359,77	0,02	400
pre7b2 ^a	0,01	501,10	0,01	500
pre8b2 ^a	0,01	327,74	0,05	
pr91b2 ^a	0,08	273,03	0,19	300
pr92b2 ^a	0,12	275,09	0,12	300
pr93b2 ^a	0,09	271,47	0,16	300
pr94b2 ^a	0,12	274,81	0,14	300
pre10b2 ^a	0,01	369,09	0,04	400
pr111b2 ^a	0,01	385,44	0,03	
pr112b2 ^a	0,01	475,88	0,07	500
pr113b2 ^a	0,02	402,80	0,02	450

Continuación

pre12b2 ^a	0,02	402,75	0,01	450
pre13b2 ^a	0,01	363,56	0,03	
pre15b2 ^a	0,01	312,12	0,04	
pre61c2 ^a	0,01	215,44	0,05	250
pre62c2 ^a	0,01	352,02	0,02	400
pre63c2 ^a	0,02	396,13	0,01	
pre82c2 ^a	0,01	310,59	0,15	
pre9c2 ^a	0,01	454,80	0,01	500
pre10c2 ^a	0,02	327,96	0,02	350
pre11c2 ^a				
pre12c2 ^a	0,02	409,91	0,01	450
pre14c2 ^a	0,02	437,33	0,01	
pre15c2 ^a	0,02	312,59	0,05	350
pre6d2 ^a	0,01	401,89	0,03	
pre7d2 ^a	0,01	174,27	0,07	200
pre8d2 ^a	0,02	337,29	0,02	
pr111d2 ^a	0,01	452,50	0,02	500
pr122d2 ^a	0,01	336,99	0,07	
pre13d2 ^a	0,02	394,15	0,01	
pre14d2 ^a	0,02	386,94	0,02	
pre15d2 ^a	0,01	319,05	0,04	

ANEXO II. CURRÍCULO DE LA EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA. MATEMÁTICAS

Real Decreto 3473/2000, de 29 diciembre. (BOE 16 enero 2001). Modifica el Real Decreto 1007/1991, de 14 de junio de 1991, que establece las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria.

La Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre (RCL 1990, 2045), de Ordenación General del Sistema Educativo, establece en su artículo 4, apartado 2, que corresponde al Gobierno fijar los aspectos básicos del currículo que constituyen las enseñanzas mínimas, con el fin de garantizar una formación común de todos los alumnos y la validez de los títulos correspondientes.

El Real Decreto 1007/1991, de 14 de junio (RCL 1991, 1610, 1960), modificado por el Real Decreto 894/1995, de 2 de junio (RCL 1995, 1837), fijó las enseñanzas mínimas correspondientes a la educación secundaria obligatoria. En el Anexo I de dicha norma se especifican, para las diferentes áreas de la educación secundaria obligatoria, los aspectos básicos del currículo a los que se refiere el artículo 4, apartado 2, de la Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre.

Durante los años de implantación anticipada de la educación secundaria obligatoria y los cuatro de su implantación generalizada progresiva, la experiencia ha puesto en evidencia la necesidad de proceder a una reforma de la educación secundaria con un nuevo diseño de las enseñanzas mínimas, básicas en todo el territorio nacional, con la concurrencia de las Comunidades Autónomas.

Por ello, en el ámbito de las enseñanzas mínimas, el presente Real Decreto tiene como fin potenciar las áreas instrumentales de Lengua y Matemáticas con una mayor dotación horaria; introducir en el currículo del área de Tecnología contenidos de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación; mejorar el conocimiento de la cultura clásica ampliando a dos cursos su oferta obligatoria y actualizar los currículos de todas las áreas pretendiendo siempre la calidad didáctica y el adecuado rigor científico. Asimismo, al posibilitar también en el tercer curso la evaluación y calificación separadas de la Biología y Geología, por una parte, y la Física y Química, por otra, se pretende dotar a estas materias de mayor autonomía didáctica con el fin de favorecer la profundización de su estudio.

Finalmente, la necesidad de facilitar la movilidad de los alumnos por todo el territorio nacional y la validez del título a que dan lugar estos estudios, hacen precisa una mayor concreción de los objetivos y contenidos básicos comunes, lo que lleva a una nueva definición por cursos del currículo escolar básico de la educación secundaria obligatoria.

En lo referente a la enseñanza de la Religión, se estará a lo establecido en la disposición adicional segunda de la Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo, y en el artículo 1.1 del Real Decreto

2438/1994, de 16 de diciembre (RCL 1995, 225), por el que se regula la enseñanza de la Religión.

En el proceso de elaboración del presente Real Decreto han sido consultadas las Comunidades Autónomas en la Comisión General de Educación y han emitido informe el Consejo Escolar del Estado y el Ministerio de Administraciones Públicas.

En su virtud, a propuesta de la Ministra de Educación, Cultura y Deporte, de acuerdo con el Consejo de Estado y previa deliberación del Consejo de Ministros en su reunión del día 29 de diciembre de 2000, dispongo:

Artículo único. Modificación del Real Decreto 1007/1991, de 14 de junio (RCL 1991, 1610, 1960), por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la enseñanza secundaria obligatoria.

1. Se modifica en los siguientes términos el artículo 2 del Real Decreto 1007/1991, de 14 de junio:

«Con el fin de desarrollar las capacidades a las que se refiere el artículo 19 de la Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, los alumnos deberán alcanzar los siguientes objetivos a lo largo de la educación secundaria obligatoria:

- a) Comprender y producir mensajes orales y escritos con propiedad, autonomía y creatividad en castellano y, en su caso, en la lengua propia de la Comunidad Autónoma y reflexionar sobre los procesos implicados en el uso del lenguaje y la contribución de éste a la organización de los propios pensamientos.
- b) Comprender y expresarse con propiedad en la lengua o lenguas extranjeras objeto de estudio.
- c) Interpretar y producir con propiedad, autonomía y creatividad mensajes que utilicen códigos artísticos, científicos y técnicos, para enriquecer sus posibilidades de comunicación y reflexionar sobre los procesos implicados en su uso.
- d) Obtener y seleccionar información utilizando las fuentes apropiadas disponibles, tratarla de forma autónoma y crítica, con una finalidad previamente establecida y transmitirla de manera organizada e inteligible.
- e) Elaborar estrategias de identificación y resolución de problemas en los diversos campos del conocimiento y la experiencia, mediante procedimientos intuitivos y de razonamiento lógico, contrastándolas y reflexionando sobre el proceso seguido.
- f) Formarse una imagen ajustada de sí mismo, teniendo en cuenta sus capacidades, necesidades e intereses para tomar decisiones, valorando el esfuerzo necesario para superar las dificultades.

- g) Adquirir y desarrollar hábitos de respeto y disciplina como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas educativas y desarrollar actitudes solidarias y tolerantes ante las diferencias sociales, religiosas, de género y de raza, superando prejuicios con espíritu crítico, abierto y democrático.
 - h) Conocer las creencias, actitudes y valores básicos de nuestra tradición valorándolos críticamente.
 - i) Analizar los mecanismos y valores que rigen el funcionamiento de las Sociedades, en especial los relativos a los derechos y deberes de los ciudadanos, y adoptar juicios y actitudes personales con respecto a ellos.
 - j) Analizar las leyes y los procesos básicos que rigen el funcionamiento de la naturaleza, valorar las repercusiones positivas y negativas que sobre ella tienen las actividades humanas y contribuir a su conservación y mejora.
 - k) Valorar el desarrollo científico y tecnológico y su incidencia en el medio físico y social, y utilizar las nuevas tecnologías de la información y la comunicación en los procesos de enseñanza-aprendizaje.
 - l) Conocer y apreciar el patrimonio cultural y lingüístico y contribuir a su conservación y mejora, desarrollando una actitud de interés y respeto hacia la dimensión pluricultural y plurilingüística entendida como un derecho de los pueblos y de los individuos.
 - m) Conocer los diferentes elementos básicos del cuerpo humano y comprender su funcionamiento, así como las consecuencias del ejercicio físico, la higiene, la alimentación y la vida sana para la salud».
2. Se modifican en los siguientes términos los apartados 3 y 7 del artículo 3 del Real Decreto 1007/1991, modificado por el Real Decreto 894/1995, de 2 de junio:
3. Las áreas mencionadas en el apartado 1 de este artículo serán cursadas por los alumnos a lo largo de los dos ciclos de la etapa.

Durante el cuarto año de la etapa los alumnos elegirán dos entre las cuatro áreas siguientes:

- a) Ciencias de la Naturaleza.
- b) Educación Plástica y Visual.
- c) Música.
- d) Tecnología.

En el caso de que el área de Ciencias de la Naturaleza se organice en dos materias diferentes, Biología y Geología, y Física y Química, conforme a lo previsto en el apartado 2, ambas contarán como dos áreas a efectos de elección.

Cuando el área de Ciencias de la Naturaleza, en el tercer y cuarto año de la etapa, se organice como dos materias diferentes, la evaluación de los aprendizajes se verificará por separado.»

7. «Los centros ofrecerán, con carácter optativo para los alumnos, las enseñanzas de una segunda lengua extranjera en toda esta etapa y las de Cultura Clásica en los dos años del segundo ciclo».

Los currículos correspondientes a estas materias se establecen con carácter orientativo en el Anexo III del presente Real Decreto.

3. Los Anexos I y II del Real Decreto 1007/1991, de 14 de junio, quedan sustituidos por los Anexos I («Aspectos básicos del currículo de la educación secundaria obligatoria») y II («Horario escolar correspondiente a las enseñanzas mínimas para la educación secundaria obligatoria») del presente Real Decreto.

Disposición transitoria única. Calendario de implantación

La implantación de lo establecido en el presente Real Decreto se hará de la siguiente forma: desde el año académico 2001-2002 se aplicarán los horarios correspondientes a las enseñanzas mínimas establecidos en el Anexo II; el resto de lo dispuesto se implantará en el año académico 2002-2003 en los cursos 1º y 3º de la educación secundaria obligatoria y en el año académico 2003-2004, en los cursos 2º y 4º.

Disposición derogatoria única. Derogación normativa

Quedan derogadas cuantas disposiciones de igual o inferior rango se opongan a lo dispuesto en el presente Real Decreto.

Disposición final primera. Título competencial

El presente Real Decreto tiene carácter básico y se dicta al amparo de lo dispuesto en el artículo 149.1.30ª de la Constitución Española (RCL 1978, 2836; ApNDL 2875), la disposición adicional primera, 2 a) y c), de la Ley Orgánica 8/1985, de 3 de julio (RCL 1985, 1604, 2505; ApNDL 4323), reguladora del Derecho a la Educación, y el artículo 4.2 de la Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo.

Disposición final segunda. Desarrollo reglamentario

El Ministro de Educación, Cultura y Deporte y las autoridades correspondientes de las Comunidades Autónomas dictarán, en el ámbito de sus respectivas competencias, las normas que sean precisas para la aplicación y desarrollo de lo establecido en este Real Decreto.

Disposición final tercera. Entrada en vigor

El presente Real Decreto entrará en vigor el día siguiente al de su publicación en el «Boletín Oficial del Estado».

ANEXO III. ASPECTOS BÁSICOS DEL CURRÍCULO DE LA EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA

MATEMÁTICAS

I. INTRODUCCIÓN

La finalidad fundamental de la enseñanza de las Matemáticas es el desarrollo de la facultad de razonamiento y de abstracción. La capacidad humana de razonar encuentra en las matemáticas un aliado privilegiado para desarrollarse, y ese desarrollo constituye el principal objetivo pedagógico de esta ciencia. Otra finalidad, no menos importante de las Matemáticas, es su carácter instrumental.

Las Matemáticas aparecen estrechamente vinculadas a los avances que la civilización ha ido alcanzando a lo largo de la Historia y contribuyen, hoy día, tanto al desarrollo como a la formalización de las Ciencias Experimentales y Sociales, a las que prestan un adecuado apoyo instrumental. Por otra parte, el lenguaje matemático, aplicado a los distintos fenómenos y aspectos de la realidad, es un instrumento eficaz que nos ayuda a comprender mejor la realidad que nos rodea y adaptarnos a un entorno cotidiano en continua evolución. En consecuencia, el aprendizaje de las Matemáticas proporciona a los adolescentes la oportunidad de descubrir las posibilidades de su propio entendimiento y afianzar su personalidad, además de un fondo cultural necesario para manejarse en aspectos prácticos de la vida diaria, así como para acceder a otras ramas de la ciencia.

La enseñanza de las Matemáticas debe configurarse de forma cíclica, de manera que en cada curso coexistan nuevos contenidos, tratados a modo de introducción, con otros que afiancen, completen o repasen los de cursos anteriores, ampliando su campo de aplicación y enriqueciéndose con nuevas relaciones, pretendiendo facilitar con esta estructura el aprendizaje de los alumnos.

La metodología deberá adaptarse a cada grupo de alumnos y situación, rentabilizando al máximo los recursos disponibles. Como criterio general parecen aconsejables las actuaciones que potencien el aprendizaje inductivo, sobre todo durante los primeros años de la etapa, a través de observación y manipulación, y refuercen, al mismo tiempo, la adquisición de destrezas básicas, esquemas y estrategias personales a la hora de enfrentarse ante una situación problemática cercana al alumno, sin perder de vista la relación con otras áreas del currículo. La resolución de problemas debe contemplarse como una práctica habitual, que no puede tratarse de forma aislada, sino integrada en todas y cada una de las facetas que conforman el proceso de enseñanza y aprendizaje.

En los últimos años, hemos presenciado un vertiginoso desarrollo tecnológico. El ciudadano del siglo XXI no podrá ignorar el funcionamiento de una calculadora o de un ordenador, con el fin de poder servirse de ellos, pero debe darles un trato racional que evite su indefensión ante la necesidad, por ejemplo, de realizar un cálculo sencillo cuando no tiene a mano su calculadora. El uso indiscriminado de la calculadora en el primer ciclo impedirá, por ejemplo, que los alumnos adquieran las destrezas de cálculo básicas que necesitan en cursos posteriores. Por otra parte, la calculadora y ciertos programas informáticos, resultan ser recursos investigadores de primer orden en el análisis de propiedades y relaciones numéricas y gráficas y en este sentido debe potenciarse su empleo.

2. OBJETIVOS

1. Utilizar las formas de pensamiento lógico en los distintos ámbitos de la actividad humana.
2. Aplicar con soltura y adecuadamente las herramientas matemáticas adquiridas a situaciones de la vida diaria.
3. Usar correctamente el lenguaje matemático con el fin de comunicarse de manera clara, concisa, precisa y rigurosa.
4. Utilizar con soltura y sentido crítico los distintos recursos tecnológicos (calculadoras, programas informáticos) de forma que supongan una ayuda en el aprendizaje y en las aplicaciones instrumentales de las Matemáticas.
5. Resolver problemas matemáticos utilizando diferentes estrategias, procedimientos y recursos, desde la intuición hasta los algoritmos.
6. Aplicar los conocimientos geométricos para comprender y analizar el mundo físico que nos rodea.
7. Emplear los métodos y procedimientos estadísticos y probabilísticos para obtener conclusiones a partir de datos recogidos en el mundo de la información.
8. Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que el alumno debe adquirir a lo largo de la Educación Secundaria Obligatoria.

3. CONTENIDOS

3.1. Primer curso

1. Aritmética y álgebra. Números naturales. El sistema de numeración decimal. Divisibilidad. Fracciones y decimales. Operaciones elementales. Redondeos. Potencias de exponente natural. Raíces cuadradas exactas. Las magnitudes y su medida. El sistema métrico decimal. El euro. Magnitudes directamente proporcionales. Porcentajes.
2. Geometría. Elementos básicos de la geometría del plano. Descripción, construcción, clasificación y propiedades características de las figuras planas elementales. Cálculo de áreas y perímetros de las figuras planas elementales.
3. Tablas y gráficas. Construcción e interpretación de tablas de valores. Interpretación y lectura de gráficas relacionadas con los fenómenos naturales, la vida cotidiana y el mundo de la información.

3.2. Segundo curso

1. Aritmética y álgebra. Relación de divisibilidad. m.c.d. y m.c.m. de dos números naturales. Operaciones elementales con fracciones, decimales y números enteros. Jerarquía de las operaciones y uso del paréntesis. Estimaciones, aproximaciones y redondeos. Raíces cuadradas aproximadas. Medida del tiempo y los ángulos. Precisión y estimación en las medidas. Magnitudes directa e inversamente proporcionales. Porcentajes. Interpretación de fórmulas y expresiones algebraicas. Ecuaciones de primer grado.
2. Geometría. Elementos básicos de la geometría del espacio. Descripción y propiedades características de los cuerpos geométricos elementales. Cálculo de áreas y volúmenes. Triángulos rectángulos. El teorema de Pitágoras. Semejanza. Teorema de Tales. Razón de semejanza. Escalas.
3. Funciones y gráficas. Coordenadas cartesianas. Tablas de valores y gráficas cartesianas. Relaciones funcionales entre magnitudes directamente proporcionales. Interpretación y lectura de gráficas relacionadas con los fenómenos naturales, la vida cotidiana y el mundo de la información.
4. Estadística. Estadística unidimensional. Distribuciones discretas. Tablas de frecuencias y diagramas de barras. Media aritmética y moda.

3.2.1 Criterios de evaluación:

1. Utilizar de forma adecuada los números enteros, las fracciones y los decimales para recibir y producir información en actividades relacionadas con la vida cotidiana.

2. Elegir, al resolver un determinado problema, el tipo de cálculo adecuado (mental o manual) y dar significado a las operaciones y resultados obtenidos, de acuerdo con el enunciado.
3. Estimar y calcular expresiones numéricas sencillas de números enteros y fraccionarios (basadas en las cuatro operaciones elementales y las potencias de exponente natural que involucren, como máximo, dos operaciones encadenadas y un paréntesis), aplicando correctamente las reglas de prioridad y haciendo un uso adecuado de signos y paréntesis.
4. Utilizar las aproximaciones numéricas, por defecto y por exceso, eligiéndolas y valorándolas de forma conveniente en la resolución de problemas, desde la toma de datos hasta la solución.
5. Resolver problemas sencillos utilizando métodos numéricos, gráficos o algebraicos, cuando se basen en la aplicación de fórmulas conocidas o en el planteamiento y resolución de ecuaciones sencillas de primer grado.
6. Utilizar las unidades angulares, temporales, monetarias y del sistema métrico decimal para estimar y efectuar medidas, directas e indirectas, en actividades relacionadas con la vida cotidiana o en la resolución de problemas y valorar convenientemente el grado de precisión.
7. Utilizar los procedimientos básicos de la proporcionalidad numérica (como la regla de tres o el cálculo de porcentajes) para obtener cantidades proporcionales a otras, en un contexto de resolución de problemas relacionados con la vida cotidiana.
8. Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas, los cuerpos elementales y sus configuraciones geométricas a través de ilustraciones, de ejemplos tomados de la vida real o en un contexto de resolución de problemas geométricos.
9. Emplear el Teorema de Pitágoras y las fórmulas adecuadas para obtener longitudes, áreas y volúmenes de las figuras planas y los cuerpos elementales, en un contexto de resolución de problemas geométricos.
10. Utilizar el Teorema de Tales y los criterios de semejanza para interpretar relaciones de proporcionalidad geométrica entre segmentos y figuras planas y para construir triángulos o cuadriláteros semejantes a otros, en una razón dada.
11. Interpretar las dimensiones reales de figuras representadas en mapas o planos, haciendo un uso adecuado de las escalas, numéricas o gráficas.
12. Representar e interpretar puntos y gráficas cartesianas de relaciones funcionales sencillas, basadas en la proporcionalidad directa, que vengan dadas a través de tablas de valores e intercambiar información entre tablas de valores y gráficas.
13. Obtener información práctica de gráficas sencillas (de trazo continuo) en un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos naturales y la vida cotidiana.

14. Obtener e interpretar la tabla de frecuencias y el diagrama de barras así como la moda y la media aritmética de una distribución discreta sencilla, con pocos datos, utilizando, si es preciso, una calculadora de operaciones básicas.

3.3. Tercer curso

1. Aritmética y álgebra. Números racionales. Operaciones elementales y potencias de exponente entero. Jerarquía de las operaciones y uso del paréntesis. Aproximaciones y errores. Reconocimiento de números irracionales. Sucesiones numéricas. Iniciación a las progresiones aritméticas y geométricas. Polinomios. Operaciones elementales. Identidades notables. Resolución algebraica de ecuaciones de primer grado y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Ecuación de segundo grado.
2. Geometría. Descripción y propiedades elementales de las figuras planas y los cuerpos elementales. Cálculo de áreas y volúmenes. Poliedros regulares. La esfera. El globo terráqueo. Traslaciones, giros y simetrías en el plano.
3. Funciones y gráficas. Relaciones funcionales. Distintas formas de expresar una función. Estudio gráfico de una función: crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, simetrías, continuidad y periodicidad. Estudio gráfico y algebraico de las funciones constantes, lineales y afines. Interpretación y lectura de gráficas en problemas relacionados con los fenómenos naturales, la vida cotidiana y el mundo de la información.
4. Estadística y probabilidad. Estadística unidimensional. Tablas de frecuencias y gráficos estadísticos. Parámetros de centralización y dispersión. Experimentos aleatorios. Frecuencia y probabilidad de un suceso. Cálculo de probabilidades mediante la Ley de Laplace.

3.3.1. Criterios de evaluación:

1. Identificar y utilizar los distintos tipos de números racionales para recibir y producir información en situaciones reales de la vida cotidiana y elegir, al resolver un determinado problema, el tipo de cálculo adecuado (mental, manual, con calculadora), dando significado a las operaciones, procedimientos y resultados obtenidos, de acuerdo con el enunciado.
2. Estimar y calcular expresiones numéricas sencillas de números racionales (basadas en las cuatro operaciones elementales y las potencias de exponente entero que involucren, como máximo, dos operaciones encadenadas y un paréntesis), aplicar correctamente las reglas de prioridad y hacer un uso adecuado de signos y paréntesis.
3. Utilizar convenientemente las aproximaciones decimales, las unidades de medida usuales y las relaciones de proporcionalidad numérica para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana, eligiendo, a lo largo de todo el proceso de resolu-

- ción del problema, la notación y las aproximaciones adecuadas y valorándolas, junto con el tamaño de los errores cometidos, de acuerdo con el enunciado.
4. Construir expresiones algebraicas y ecuaciones sencillas a partir de sucesiones numéricas, tablas o enunciados e interpretar las relaciones numéricas que se dan, implícitamente, en una fórmula conocida o en una ecuación.
 5. Utilizar las técnicas y procedimientos básicos del cálculo algebraico para sumar, restar o multiplicar polinomios sencillos en una indeterminada que tengan, a lo sumo, tres términos, y resolver ecuaciones de primer grado o ecuaciones de segundo grado y sistemas sencillos de ecuaciones lineales con dos incógnitas que tengan coeficientes enteros.
 6. Resolver problemas sencillos utilizando métodos numéricos, gráficos o algebraicos, cuando se basen en la utilización de fórmulas conocidas o en el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer grado o de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
 7. Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas, los cuerpos elementales y sus configuraciones geométricas y utilizar el Teorema de Pitágoras y las fórmulas usuales para obtener las medidas de longitudes, áreas y volúmenes a través de ilustraciones, de ejemplos tomados de la vida real o en un contexto de resolución de problemas geométricos.
 8. Aplicar traslaciones, giros y simetrías a figuras planas sencillas utilizando los instrumentos de dibujo habituales, reconocer el tipo de movimiento que liga a dos figuras iguales del plano que ocupan posiciones diferentes y determinar los elementos invariantes y los centros y ejes de simetría en formas y configuraciones geométricas sencillas.
 9. Reconocer las características básicas de las funciones constantes, lineales y afines en su forma gráfica o algebraica y representarlas gráficamente cuando vengan expresadas por un enunciado, una tabla o una expresión algebraica.
 10. Determinar e interpretar las características básicas (puntos de corte con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, puntos extremos, continuidad, simetrías y la periodicidad) que permiten evaluar el comportamiento de una gráfica sencilla (de trazo continuo o discontinuo), y obtener información práctica en un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos naturales o prácticos de la vida cotidiana.
 11. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos (diagramas de barras o de sectores, histogramas, etcétera) así como los parámetros estadísticos más usuales (moda, mediana, media aritmética y desviación típica), correspondientes a distribuciones sencillas y utilizar, si es necesario, una calculadora científica.
 12. Determinar e interpretar el espacio muestral y los sucesos asociados a un experimento aleatorio sencillo y asignar probabilidades en situaciones experimentales

o equiprobables, utilizando adecuadamente la Ley de Laplace y los diagramas de árbol, o cualquier otra estrategia de conteo personal.

3.4. Cuarto curso

1. Aritmética y álgebra. Iniciación al número real. La recta real. Notación científica. Operaciones en notación científica. Potencias de exponente fraccionario y radicales. Repaso y profundización en el cálculo algebraico: operaciones con polinomios. Ecuaciones de primer y segundo grado. Sistemas de ecuaciones lineales.
2. Geometría. Figuras semejantes. Razón de semejanza. Teorema de Tales. Razones trigonométricas. Resolución de triángulos rectángulos. Iniciación a la geometría analítica plana.
3. Funciones y gráficas. Funciones. Estudio gráfico de una función. Características globales de las gráficas: crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, continuidad, simetrías y periodicidad. Estudio de las funciones polinómicas de primer y segundo grado y de las funciones exponenciales y de proporcionalidad inversa sencillas. Interpretación y lectura de gráficas en problemas relacionados con los fenómenos naturales, la vida cotidiana y el mundo de la información.
4. Estadística y Probabilidad. Variables discretas y continuas. Intervalos y marcas de clases. Elaboración e interpretación de tablas de frecuencias, gráficos de barras y de sectores, histogramas y polígonos de frecuencia. Cálculo e interpretación de los parámetros de centralización y dispersión. Experimentos aleatorios y sucesos. Probabilidad simple y compuesta. Utilización de distintas técnicas combinatorias en la asignación de probabilidades simples y compuestas.

3.4.1. Criterios de evaluación:

1. Identificar y utilizar los distintos tipos de números reales para recibir y producir información en situaciones reales de la vida cotidiana y elegir, al resolver un determinado problema, el tipo de cálculo adecuado (mental, manual, con calculadora), dando significado a las operaciones, procedimientos y resultados obtenidos, de acuerdo con el enunciado.
2. Estimar y calcular expresiones numéricas sencillas de números racionales (basadas en las cuatro operaciones elementales y las potencias de exponente entero que involucren, como máximo, tres operaciones encadenadas y un paréntesis), aplicar correctamente las reglas de prioridad y hacer un uso adecuado de signos y paréntesis.
3. Simplificar expresiones numéricas irracionales sencillas (que contengan una o dos raíces cuadradas) y utilizar convenientemente la calculadora científica en las operaciones con números reales, expresados en forma decimal o en notación científica y aplicar las reglas y las técnicas de aproximación adecuadas a cada caso y valorando los errores cometidos.

4. Construir expresiones algebraicas y ecuaciones descriptivas de tablas, enunciados, propiedades, generalidades, códigos, recuentos, etc., e interpretar las relaciones numéricas que se dan, implícitamente, en una fórmula conocida o en una ecuación.
5. Utilizar las técnicas y procedimientos básicos del cálculo algebraico para simplificar expresiones algebraicas formadas por sumas, restas y multiplicaciones de polinomios con uno, dos o tres términos que incluyan, como máximo, dos operaciones encadenadas, para factorizar polinomios sencillos de segundo grado con coeficientes y raíces enteras y para resolver ecuaciones de primer y segundo grado y sistemas sencillos de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
6. Resolver problemas sencillos utilizando métodos numéricos, gráficos o algebraicos, cuando se basen en la utilización de fórmulas conocidas o en el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer o de segundo grado o de sistemas sencillos de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
7. Utilizar las unidades angulares del sistema métrico sexagesimal así como las relaciones y las razones de la trigonometría elemental para resolver problemas trigonométricos de contexto real, con la ayuda, si es preciso, de la calculadora científica.
8. Conocer y utilizar los conceptos y procedimientos básicos de la geometría analítica plana para representar, describir y analizar formas y configuraciones geométricas sencillas.
9. Representar gráficamente e interpretar las funciones constantes, lineales, afines o cuadráticas a través de sus elementos característicos (pendiente de la recta, puntos de corte con los ejes, vértice y eje de simetría de la parábola) y las funciones exponenciales y de proporcionalidad inversa sencillas a través de tablas de valores significativas, con la ayuda, si es preciso, de la calculadora científica.
10. Determinar e interpretar las características básicas (puntos de corte con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, puntos extremos, continuidad, simetrías y periodicidad) que permiten evaluar el comportamiento de una gráfica sencilla (de trazo continuo o discontinuo), y obtener información práctica en un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos naturales o prácticos de la vida cotidiana.
11. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, correspondientes a distribuciones discretas y continuas, con ayuda de la calculadora.
12. Determinar e interpretar el espacio muestral y los sucesos asociados a un experimento aleatorio, simple o compuesto sencillo, y utilizar la Ley de Laplace, los diagramas de árbol, las tablas de contingencia u otras técnicas combinatorias para calcular probabilidades simples o compuestas.



Viceconsejería de Educación
CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN

Comunidad de Madrid

ISBN 84-451-2793-4



9 788445 127933