



Canal de  
Isabel II

## CUADERNOS DE I+D+i

# 17

Mejora de la capacidad de pronóstico de  
aportaciones mensuales y estacionales  
en el ámbito de Canal de Isabel II



© Canal de Isabel II – 2012

**Autores:**

Luis García Amor  
Alejandro Carrasco

**Dirección del estudio:**

Juan Carlos Ibáñez

ISSN: 2254-8955

Depósito Legal: M-30192-2012



**Biblioteca  
virtual**

Esta versión forma parte de la Biblioteca Virtual de la **Comunidad de Madrid** y las condiciones de su distribución y difusión se encuentran amparadas por el marco legal de la misma.



[www.madrid.org/publicamadrid](http://www.madrid.org/publicamadrid)



## Exclusión de Responsabilidad

Las afirmaciones recogidas en el presente documento reflejan la opinión de los autores y no necesariamente la de Canal de Isabel II.

Tanto Canal de Isabel II como los autores de este documento declinan todo tipo de responsabilidad sobrevenida por cualquier perjuicio que pueda derivarse a cualesquiera instituciones o personas que actúen confiadas en el contenido de este documento, o en las opiniones vertidas por sus autores.



# Presentación

Los Cuadernos de I+D+i de Canal de Isabel II forman parte de la estrategia de gestión del conocimiento de la empresa y del desarrollo del Plan de Investigación, Desarrollo e Innovación.

Son elemento de difusión de proyectos e iniciativas desarrollados y auspiciados desde Canal de Isabel II para la innovación en las áreas relacionadas con el servicio de agua en el entorno urbano.

Exponen las diferentes problemáticas abordadas en cada proyecto junto con los resultados obtenidos. La intención al difundirlos mediante estas publicaciones es compartir las experiencias y conocimientos adquiridos con todo el sector de servicios de agua, con la comunidad científica y con cuantos desarrollan labores de investigación e innovación. La publicación de estos cuadernos pretende contribuir a la mejora y eficiencia de la gestión del agua y, en consecuencia, a la calidad del servicio prestado a los ciudadanos.

Los Cuadernos de I+D+i ya publicados son los que figuran en la tabla siguiente.

**Tabla a. Títulos en la colección de Cuadernos de I+D+i**

Nº colección	Cuadernos de Investigación, Desarrollo e Innovación publicados
1	Transferencias de derechos de agua entre demandas urbanas y agrarias. El caso de la Comunidad de Madrid
2	Identificación de rachas y tendencias hidrometeorológicas en el ámbito del sistema de Canal de Isabel II
3	Participación de Canal de Isabel II en el Proyecto Internacional de Eficiencia en la Gestión (IDMF)
4	Microcomponentes y factores explicativos del consumo doméstico de agua en la Comunidad de Madrid
5	El agua virtual y la huella hidrológica en la Comunidad de Madrid
6	Estudio de potenciales de ahorro de agua en usos residenciales de interior
7	Investigación sobre potenciales de eficiencia con el empleo de lavavajillas
8	Precisión de la medida de los consumos individuales de agua en la Comunidad de Madrid
9	Proyecto de investigación para la definición y evaluación de la aplicabilidad de un bioensayo para la determinación de la toxicidad del agua utilizando embriones de pez Cebra
10	Eficiencia en el uso del agua en jardinería en la Comunidad de Madrid
11	Técnicas de teledetección y sistemas de información geográfica para la evaluación de la demanda de agua para usos de exterior en la Comunidad de Madrid
12	Estudio sobre la dinámica de cianotoxinas en dos embalses de abastecimiento de Canal de Isabel II
13	Desarrollo de un sistema de validación, estimación y predicción de consumos horarios por sectores para la red de distribución de Canal de Isabel II
14	Seguimiento de la consolidación del desarrollo urbano en la Comunidad de Madrid mediante técnicas de teledetección
15	Experiencias para la recuperación del fósforo de las aguas residuales en forma de estruvita en Canal de Isabel II
16	Integración de la predicción meteorológica en los módulos de gestión del sistema de abastecimiento de Canal de Isabel II, mediante modelos de aportación diaria

## Ficha Técnica

<b>Título del proyecto</b>	Mejora de la capacidad de pronóstico de aportaciones mensuales y estacionales en el ámbito de Canal de Isabel II
<b>Línea de investigación</b>	Aseguramiento de la continuidad estratégica del servicio
<b>Unidades implicadas de Canal de Isabel II</b>	Subdirección de I+D+i
<b>Participación externa</b>	Ecología y Tecnología del Medio Ambiente, S.A. (Grupo GETINSA)
<b>Objeto y justificación del proyecto</b>	Desarrollar herramientas estadísticas para el pronóstico de aportaciones mensuales o trimestrales que incorporen como datos de entrada las aportaciones del pasado inmediato y, en la medida en que exista, información sobre precipitaciones del periodo predicho.
<b>Contribución al estado del arte</b>	<p>Se ha ensayado una formulación estadística original, de la relación entre la aportación de un periodo (variable dependiente) y la precipitación sincrónica, y la aportación del periodo anterior (variables independientes).</p> <p>Se ha concebido y aplicado una metodología para incorporar en el pronóstico de aportaciones información sobre precipitaciones futuras basada en predicciones de un índice NAO.</p>
<b>Resumen del desarrollo de proyectos e hitos relevantes</b>	<p>Se da a conocer el resultado de evaluar varias formulaciones estadísticas para representar las relaciones entre variables hidrometeorológicas en el nivel mensual y estacional.</p> <p>Se ha hecho una revisión de las posibilidades que ofrece actualmente el pronóstico meteorológico para la predicción hidrológica de alcance mensual o estacional.</p>
<b>Resumen de resultados obtenidos</b>	Modelos estadísticos de pronóstico de aportaciones, con alcance de un mes o una estación, para catorce series de aportaciones a embalses, o conjuntos de embalses.
<b>Líneas de Investigación abiertas para la continuación de los trabajos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Incorporación de información relacionada con la cantidad de agua acumulada en el manto de nieve, para el pronóstico de aportaciones de los meses de invierno y primavera. Incluye la investigación de las posibles fuentes para dicha información (por ejemplo, teledetección).</li> <li>• Incorporación de predicciones estacionales de precipitación, a medida que estas vayan desarrollándose y mejorando su capacidad.</li> </ul>

## Resumen Ejecutivo

¿Cuál será el valor de la aportación que recibirá, el próximo mes, tal o cual embalse? La investigación que se presenta en este cuaderno de I+D+i explora las posibilidades de dar una respuesta, fiable y más o menos precisa, a este tipo de preguntas cuando se refieren a los embalses gestionados por Canal de Isabel II.

El histórico de valores de aportación mensual permite apreciar cuál es el rango de aportaciones esperables en un mes. Además, permite ajustar una distribución de probabilidad empírica con la que se pueden asociar valores de probabilidad a los valores de aportación esperable. Por ejemplo, durante el periodo de 1940-41 a 2003-04 (64 años hidrológicos), sólo en 8 ocasiones la aportación al embalse de El Vado, en enero, ha sido inferior a  $6,5 \text{ hm}^3$ . Con esta estadística podemos aceptar que la probabilidad de igualar o superar en el embalse de El Vado  $6,5 \text{ hm}^3$  de aportación en enero es de  $1-8/64 = 7/8$ , esto es, de 87,5%. ¿Se puede mejorar la precisión de las estimaciones de aportación obtenidas a partir de la distribución de probabilidad empírica?.

En una investigación anterior, que se expone en el Cuaderno de I+D+i nº 2, *Identificación de rachas y tendencias hidrometeorológicas en el ámbito del sistema de Canal de Isabel II*, se puso de manifiesto la existencia de relaciones de persistencia entre las aportaciones de meses o trimestres consecutivos, que se ha atribuido a la inercia hidrológica de las cuencas. En virtud de ella, si un mes de diciembre resulta más (o menos) húmedo que lo normal, las aportaciones del mes de enero que le sigue tienden a ser mayores (o menores) que lo normal. Así, si se conoce la aportación de diciembre y esta resulta ser sensiblemente mayor que lo normal, podemos esperar que la aportación del mes siguiente, enero, supere  $6,5 \text{ hm}^3$  con una probabilidad mayor que el 87,5%, que atribuimos a un enero genérico mediante la distribución de probabilidad histórica. En la investigación que se presenta se han establecido métodos que permiten cuantificar las probabilidades condicionadas a la aportación del mes anterior.

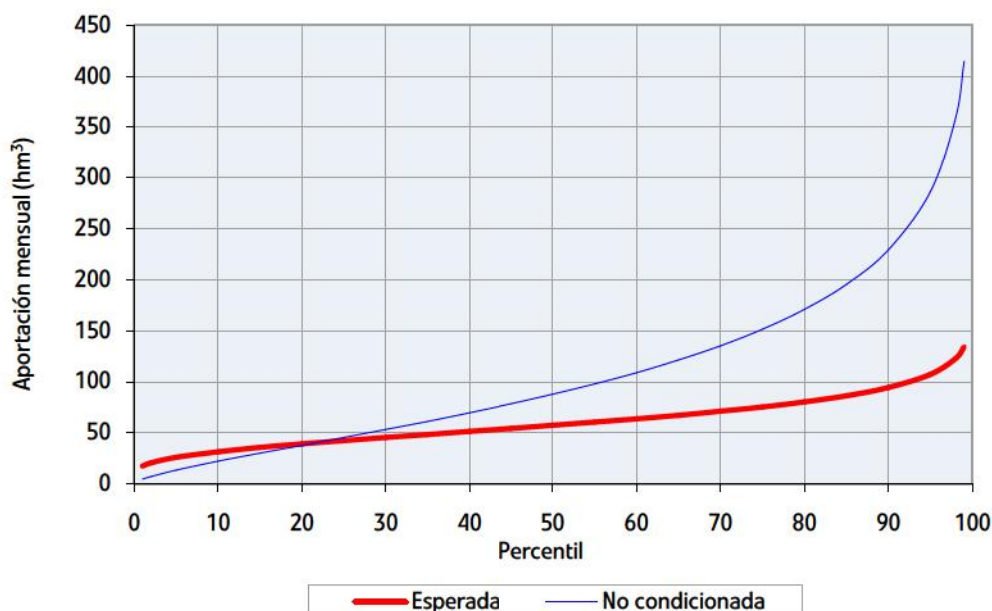
Por otra parte, los modelos de predicción de aportaciones que se proponen, incluyen explícitamente la variable precipitación, de manera que se obtienen predicciones de aportación aún más precisas cuando se parte de un supuesto sobre la precipitación durante el periodo pronosticado.

En resumen:

- 1) El valor la aportación de, por ejemplo, enero en el embalse de El Vado se considera como una variable aleatoria y su distribución de probabilidad, a priori, se puede estimar a partir de la muestra constituida por su serie histórica.
- 2) Se sabe que dicha variable aleatoria está condicionada por otras como la aportación del mes anterior o la precipitación del propio mes (desconocida a priori).
- 3) La investigación realizada desarrolla y ensaya una formulación original para expresar la distribución de probabilidad de la aportación de un mes, condicionada a un valor de aportación del mes anterior, y a un valor de precipitación acumulada del mes problema.

La formulación propuesta tiene dos grados de libertad y se basa en el modelo de distribución gamma. Con ella se han ajustado los modelos de aportación condicionada para cada mes y para cada una de las 14 series de aportaciones a los embalses de Canal de Isabel II. Los ajustes se han realizado por el método de máxima verosimilitud, a partir de las series históricas de datos de aportación mensual para los años hidrológicos 1940-41 a 2003-04. Como variable de precipitación se toma la mensual registrada en el pluviómetro de Madrid Retiro.

**Figura a. Embalse de El Vado**  
 Distribución de la aportación agregada de enero para aportación agregada de diciembre de 60 hm<sup>3</sup> y precipitación de enero en el percentil 40



Conocida la aportación del mes anterior y supuestamente conocida la precipitación del periodo problema, (mes o trimestre), el modelo proporciona una distribución de probabilidad para la aportación del periodo problema que, en general, presenta menos incertidumbre (menor coeficiente de variación) que la distribución a priori.

En cuanto se conoce la aportación de un mes, el modelo puede aplicarse para pronosticar (en términos probabilísticos) la aportación del mes siguiente, con la salvedad de que la precipitación para ese mes no es conocida. Se ha denominado **Caso 1** a la aplicación del modelo con un dato de precipitación supuesto para el mes problema. La aplicación **Caso 1** permite evaluar escenarios hipotéticos de precipitación futura (escenarios tipo: "¿Qué pasa si...?"). Sin embargo, no proporciona un pronóstico propiamente dicho en tanto no se dispone de información fiable sobre el dato de precipitación futura.

Para obtener un pronóstico de aportaciones independiente del valor de la precipitación sincrónica, se ha desarrollado una aplicación del modelo, denominada **Caso 2**, que integra las probabilidades condicionadas de aportación para los valores de precipitación de la serie histórica. Por tanto, la distribución de probabilidad que resulta de **Caso 2** no incorpora información sobre la precipitación sincrónica, pero sí sobre la aportación del mes anterior.

Ambas aplicaciones de los modelos, **Caso 1** y **Caso 2**, han sido implementadas en una aplicación basada en Excel y la utilidad de los pronósticos que proporcionan está siendo evaluada a medida que estos pueden ser validados con los datos.

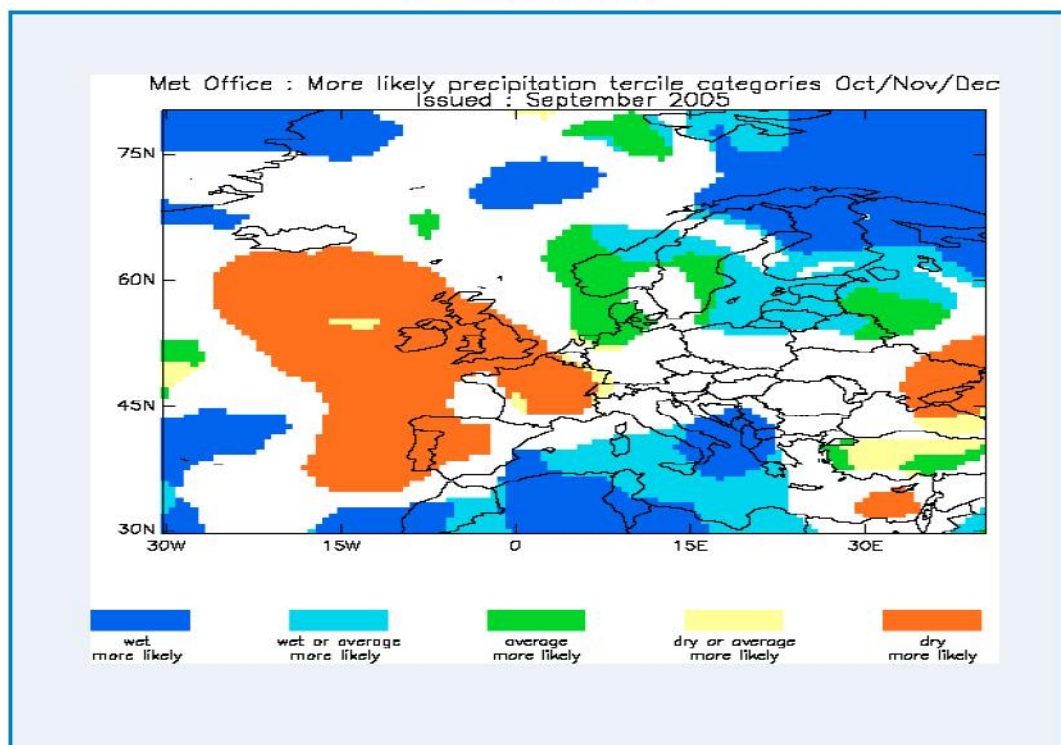
Por otra parte, dada la evidencia de que un buen pronóstico de precipitación de alcance estacional (1 mes, 1 trimestre) mejoraría sustancialmente las estimaciones de aportaciones futuras, se ha realizado una revisión de las posibilidades actuales de este tipo de predicciones para la región que interesa a Canal de Isabel II.



Concretamente, se han evaluado las predicciones regionales de precipitación estacional que publica el Met Office del Reino Unido y se han investigado las posibles relaciones entre la precipitación estacional y dos fenómenos climáticos regionales: ENSO<sup>1</sup> (El Niño Southern Oscillation) y NAO<sup>2</sup> (North Atlantic Oscillation).

En el caso de la oscilación NAO se ha comprobado que está claramente relacionada con la precipitación invernal en el centro de la Península Ibérica. Dado que existen predicciones probabilísticas para varios indicadores de esta oscilación (como las que publica el Benfield Hazard Research Centre, de la Universidad de Londres), se han explorado las posibilidades de incorporarlas a los modelos de pronóstico de aportación invernal desarrollados. De esta labor ha surgido una aplicación Caso 3 del modelo, que incorpora predicciones probabilísticas de precipitación para la estación invernal, basadas en la predicción de un índice NAO.

**Figura b. Ejemplo gráfico de predicción regional de precipitaciones con alcance trimestral, elaboradas por Met Office**



<sup>1</sup> ENSO: El Niño Southern Oscillation, Es un fenómeno explicado por el movimiento de rotación terrestre y, en consecuencia, por el desplazamiento de las mareas del hemisferio norte al hemisferio sur, siempre dentro de la zona intertropical. Es erráticamente cíclico (ciclos entre tres y ocho años). Consiste en un cambio en los patrones de movimiento de las corrientes marinas en la zona intertropical provocando, en consecuencia, una superposición de aguas cálidas procedentes de la zona del hemisferio norte inmediatamente al norte del ecuador sobre las aguas de emersión muy frías que caracterizan la corriente de Humboldt; esta situación provoca estragos a escala zonal (en la zona intertropical) debido a las intensas lluvias, afectando principalmente a América del Sur, tanto en las costas atlánticas como en las del Pacífico.

<sup>2</sup> NAO: North Atlantic Oscillation, se refiere a la oscilación en el reparto de la masa atmosférica entre el Ártico y el Atlántico subtropical en el hemisferio Norte. Su fase "positiva" se caracteriza por presiones anormalmente bajas en el Ártico, en contraste con presiones anormalmente altas en las latitudes medias del Atlántico, produciendo un gradiente N-S de presión atmosférica mayor que lo normal, al tiempo que una extensión mayor de la influencia de las altas presiones en las latitudes medias. NAOI, es el estado de NAO invernal.

# Índice de contenidos

## 1. INTRODUCCIÓN [página 12](#)

- 1.1. Planteamiento del problema
- 1.2. Plan del documento

## 2. DESARROLLO DEL MODELO EN EL NIVEL MENSUAL [página 15](#)

- 2.1. Variables explicativas
  - 2.1.1. Selección de variables
  - 2.1.2. Distribución estadística
- 2.2. Caracterización de las variables y sus relaciones
  - 2.2.1. Relación entre aportación de abril y precipitación de mayo
  - 2.2.2. Regresión lineal
  - 2.2.3. Interacción y término multiplicativo
- 2.3. Selección del modelo
- 2.4. Formulación y estimación de los parámetros
  - 2.4.1. Término aleatorio multiplicativo
  - 2.4.2. Modelo logarítmico
  - 2.4.3. Variabilidad según la distribución gamma
- 2.5. Selección del modelo y validación
  - 2.5.1. Planteamiento
  - 2.5.2. Representatividad
  - 2.5.3. Capacidad predictiva
  - 2.5.4. Conclusión
- 2.6. Formulación del modelo en el caso general
  - 2.6.1. Modelo con precipitación de Retiro y aportación del mes anterior
  - 2.6.2. Modelo sin precipitación
  - 2.6.3. Modelo sin aportación del mes anterior
  - 2.6.4. Casos sin modelo

## 3. RESULTADOS DEL AJUSTE DE LOS MODELOS MENSUALES [página 29](#)

## 4. APLICACIÓN PARA LA PREDICCIÓN DE APORTACIONES MENSUALES [página 36](#)

- 4.1. Aplicación "Caso 1"
- 4.2. Aplicación "Caso 2"
- 4.3. Implementación de los algoritmos
  - 4.3.1. Caso 1
  - 4.3.2. Caso 2

## 5. MODELOS TRIMESTRALES [página 40](#)

- 5.1. Desarrollo del modelo
- 5.2. Resultados

## 6. PREDICCIÓN ESTACIONAL DE PRECIPITACIONES [página 44](#)

- 6.1. Predicción estacional de precipitación del Met Office de Reino Unido
  - 6.1.1. Predicción categórica
  - 6.1.2. Predicción probabilística
  - 6.1.3. Calidad de las predicciones
  - 6.1.4. Conclusiones
- 6.2. Predicción basada en ENSO
  - 6.2.1. Planteamiento
  - 6.2.2. Datos SOI
  - 6.2.3. Datos ONI
  - 6.2.4. Conclusiones
- 6.3. Predicción basada en NAO
  - 6.3.1. Planteamiento y fuentes de datos
  - 6.3.2. Comportamiento general de las series de índices NAO
  - 6.3.3. Relación con precipitaciones
  - 6.3.4. Predicción de NAO invernal
  - 6.3.5. Conclusiones

## 7. INCORPORACIÓN DE LA PREDICCIÓN ESTACIONAL DE PRECIPITACIONES [página 69](#)

- 7.1. Planteamiento
- 7.2. Desarrollo
  - 7.2.1. Muestra a priori y muestra condicionada a la predicción de NAOI
  - 7.2.2. Cuantificación de las probabilidades a posteriori
  - 7.2.3. Determinación de las distribuciones condicionadas de aportación

## 8. CONCLUSIONES [página 73](#)

- 8.1. Formulación de los modelos
- 8.2. Aplicación de los modelos
- 8.3. Predicciones estacionales de las precipitaciones

## 9. ANEXOS [página 76](#)

- Anexo 1. Referencias
- Anexo 2. Índice de figuras
- Anexo 3. Índice de tablas

## 1

# Introducción

## 1.1. Planteamiento del problema

Los trabajos de investigación que se exponen en el presente cuaderno van encaminados a proporcionar respuestas para preguntas del tipo "¿qué aportación va a recibir de su cuenca propia tal embalse el próximo mes (o trimestre)?".

Para la gestión de las situaciones de sequía, Canal de Isabel II tiene implementada una forma de responder a esta pregunta en términos de probabilidad. La aportación del periodo se puede considerar como una variable aleatoria de la cual la serie histórica es una muestra, suficientemente larga, para estimar una función de distribución o, por lo menos, unos cuantiles.

Considérese, por ejemplo, la aportación de la cuenca del embalse de El Vado en el mes de enero. Se sabe que de los 64 eneros del periodo de 1941 a 2004, sólo en 8 no se han alcanzado los  $6,5 \text{ hm}^3$ . Esta estadística permite establecer con bastante fiabilidad que la probabilidad de igualar o superar en el embalse de El Vado  $6,5 \text{ hm}^3$  de aportación, en un mes de enero es de  $1-8/64 = 7/8$  (esto es, de 87,5%). Así, ante la pregunta: "¿qué aportación va a recibir el embalse de El Vado en enero de 2007?" se puede afirmar que es esperable, con un alto grado de probabilidad (un 87,5%), una aportación superior a  $6,5 \text{ hm}^3$ . Y esta respuesta se puede completar añadiendo afirmaciones semejantes para otros valores de probabilidad o de aportación esperada.

Nótese que la respuesta anterior es independiente del hecho de que se pregunta concretamente por enero de 2007 y no por cualquier otro enero. Esto es así porque la estadística empleada para elaborarla se refiere a un enero genérico: el representado por los datos de la serie histórica. Cabe preguntarse ¿existe información relevante acerca de las condiciones particulares de enero de 2007, que permitan diferenciarlo del enero genérico? y, en su caso, ¿cómo puede esta información modificar el pronóstico de la aportación para enero de 2007?.

El estudio de las series de aportaciones mensuales y trimestrales a embalses del sistema de Canal de Isabel II ha puesto de manifiesto la existencia de relaciones de persistencia entre las aportaciones de periodos consecutivos (Cuaderno de I+D+i nº 2 *Identificación de rachas y tendencias hidrometeorológicas en el ámbito del sistema de Canal de Isabel II*, Madrid 2006). Esta persistencia se ha atribuido a la inercia hidrológica de las cuencas. En virtud de ella, si un mes de diciembre resulta más (o menos) húmedo que lo normal, el enero que le sigue tiende a ser también, más (o menos) abundante en aportaciones que lo normal. Supongamos que, por ejemplo, diciembre de 2006 resulta ser excepcionalmente seco. Entonces es de esperar que enero de 2007 sea más seco de lo normal. Si se conoce ya la aportación de diciembre de 2006 y esta es más escasa que lo habitual, ya no se puede afirmar que la probabilidad de alcanzar  $6,5 \text{ hm}^3$  sea del 87,5%. Enero de 2007, con esta información, ya no puede considerarse un enero genérico.

Las relaciones de persistencia de aportaciones se han cuantificado estadísticamente en términos de coeficiente de correlación (significativo y positivo). La investigación que se expone a continuación intenta aprovechar este conocimiento para incorporar la información sobre aportaciones del periodo anterior a la predicción probabilística de aportaciones mensuales o trimestrales.

El estudio de las series de aportaciones mensuales y trimestrales también ha permitido identificar y cuantificar las relaciones esperadas a priori entre aportación de un periodo y precipitación sincrónica. En la medida en que exista un conocimiento anticipado sobre las precipitaciones del próximo mes o trimestre, las relaciones entre precipitación y aportación permitirán mejorar las inferencias sobre la aportación esperada para ese mes o trimestre. De hecho, las aportaciones de un periodo largo, como una estación, están mucho más determinadas por el régimen de precipitaciones que por la persistencia de unas condiciones hidrológicas previas. Es decir: la disponibilidad de información sobre precipitaciones futuras mejoraría sustancialmente las posibilidades del pronóstico de aportaciones en los niveles mensual y estacional.

Los modelos de predicción de aportaciones que se proponen incluyen explícitamente la variable precipitación, de manera que la predicción de aportación futura se hace más precisa (se estrecha el rango de valores de aportación esperables) cuando se parte de un supuesto sobre la precipitación durante el periodo pronosticado. Además, se ha realizado una revisión de la disponibilidad actual de predicciones de precipitación de alcance estacional (un mes, un trimestre) aplicables a la región que interesa a Canal de Isabel II (el centro de la Península Ibérica), y se ha ensayado su posible aplicación a la predicción de aportaciones mediante los modelos trimestrales desarrollados. Con todo, el asunto debe considerarse abierto ya que la ciencia del clima está en continua evolución y es previsible que en el futuro los sistemas de predicción a largo plazo vayan mejorando e incorporando nuevas capacidades, que tendrán que ser exploradas a medida que vayan surgiendo.

En definitiva, las variables **aportación pasada** y **precipitación** proporcionan información relevante que puede ser incorporada a un eventual modelo estadístico de aportaciones, cuando se trabaja en el nivel mensual o trimestral. Cómo se pueda construir este modelo y cómo pueda aplicarse, para mejorar la predicción de aportaciones en el sistema de Canal de Isabel II es el objeto del trabajo que se expone en los apartados siguientes.

## 1.2. Plan del documento

La investigación realizada se expone en los epígrafes 2 a 8 siguientes, según el esquema de contenido que se indica a continuación:

### *Epígrafe 2. Desarrollo del modelo en el nivel mensual*

Se describe el proceso por el cual se han plasmado en un modelo probabilístico las relaciones identificadas entre la aportación de un mes (variable dependiente) y la precipitación del mes y la aportación del mes anterior (variables independientes). La exposición se centra en el modelo de las aportaciones de mayo a El Vado, que ha servido como referencia.

### *Epígrafe 3. Resultados del ajuste de los modelos mensuales*

Se muestran los resultados de aplicar la formulación del modelo para las aportaciones mensuales a todos los meses y todas las series de aportaciones estudiadas.

### *Epígrafe 4. Aplicación para la predicción de aportaciones mensuales*

Se expone el modo en que los modelos desarrollados se aplican para obtener pronósticos de aportaciones en el nivel mensual.

### *Epígrafe 5. Modelos trimestrales*

En el nivel trimestral se comprueba y se adopta la misma formulación que en el nivel mensual. En este epígrafe se exponen los resultados obtenidos.

*Epígrafe 6. Predicción estacional de precipitaciones*

En este epígrafe se investigan las posibilidades actuales de la predicción estacional de precipitaciones aplicables al centro de la Península Ibérica. Por una parte, se revisan los resultados de un modelo de predicción público operativo en la actualidad y representativo del estado actual del arte en ese campo: el GloSea del Met Office británico. Por otra parte, se exploran las relaciones que puedan existir entre las precipitaciones en Retiro y varios indicadores de oscilaciones atmosféricas regionales cuya influencia a escala regional o global es conocida, ENSO y NAO.

*Epígrafe 7. Aplicación de la predicción estacional de precipitaciones al pronóstico de aportaciones*

Se describe cómo se han adaptado los modelos de pronóstico de aportaciones estacionales para incorporar la información de las predicciones de precipitación.

*Epígrafe 8. Conclusiones*

Finalmente se exponen las conclusiones que se extraen del análisis realizado.

## 2

## Desarrollo del modelo en el nivel mensual

Los planteamientos y análisis que han llevado al modelo propuesto son los que se esquematizan a continuación, centrados en el caso del mes de mayo en la cuenca de El Vado tomada como referencia.

Los datos que se consideran son, por tanto, las series de aportaciones de la cuenca de El Vado en los meses de abril y mayo, y la precipitación acumulada mensual de Retiro en el mes de mayo. El análisis se ha ceñido a los años hidrológicos 1940-41 a 2003-04, ambos inclusive, periodo en el que todos los datos de las distintas series se han considerado válidos.

### 2.1. Variables explicativas

#### 2.1.1. Selección de variables

Como se ha adelantado, el modelo propuesto se articula alrededor de dos variables explicativas: la aportación del mes anterior y la precipitación del mes problema. En ambos casos, se ha evaluado la dependencia estadística de estas variables con la aportación del mes problema en términos de coeficiente de correlación.

Para la aportación del mes anterior, en el caso de El Vado, por ejemplo, los valores del coeficiente de correlación,  $r$ , su significación estadística,  $p$ , y el valor del coeficiente de determinación,  $r^2$ , se presentan en la tabla 1. Se comprueba que la dependencia lineal es positiva y claramente significativa, aunque la relación entre ambas variables es muy poco precisa (la fracción de varianza explicada por un modelo lineal,  $r^2$ , varía entre el 10 y el 45 por ciento).

En relación con la precipitación del mes problema, se ha comprobado que en la mayoría de los meses existe correlación significativa, siempre positiva aunque nunca muy fuerte. La tabla 2 presenta los coeficientes de correlación,  $r$ , su significación estadística,  $p$ , y los coeficientes de determinación,  $r^2$  para los 12 meses en El Vado y la precipitación en Retiro.

**Tabla 1. Coeficiente de correlación ( $r$ ), su significación estadística bilateral ( $p$ ) y coeficiente de determinación ( $r^2$ ) con la aportación del mes anterior**

Mes	$r$	$p$	$r^2$
Enero	<b>0,322</b>	0,008933	0,104
Febrero	<b>0,546</b>	0,000003	0,298
Marzo	<b>0,598</b>	0,000000	0,358
Abril	<b>0,490</b>	0,000034	0,240
Mayo	<b>0,507</b>	0,000016	0,258
Junio	<b>0,667</b>	0,000000	0,445
Julio	<b>0,500</b>	0,000023	0,250
Agosto	<b>0,448</b>	0,000182	0,201
Septiembre	<b>0,513</b>	0,000013	0,263
Octubre	<b>0,298</b>	0,015868	0,089
Noviembre	<b>0,619</b>	0,000000	0,383
Diciembre	<b>0,423</b>	0,000398	0,179

En resaltado los valores de  $r$  significativos al nivel 0,05

**Tabla 2. Coeficiente de correlación ( $r$ ), su significación estadística bilateral ( $p$ ) y coeficiente de determinación ( $r^2$ ) entre aportación mensual y precipitación mensual en Retiro**

Mes	$r$	$p$	$r^2$
Enero	<b>0,746</b>	0,000000	0,556
Febrero	<b>0,615</b>	0,000000	0,378
Marzo	<b>0,735</b>	0,000000	0,541
Abril	<b>0,471</b>	0,000074	0,222
Mayo	<b>0,400</b>	0,000977	0,160
Junio	<b>0,324</b>	0,008512	0,105
Julio	-0,060	0,635944	0,004
Agosto	-0,074	0,555393	0,006
Septiembre	<b>0,684</b>	0,000000	0,468
Octubre	<b>0,660</b>	0,000000	0,435
Noviembre	<b>0,585</b>	0,000000	0,343
Diciembre	<b>0,589</b>	0,000000	0,347

En resaltado los valores de  $r$  significativos al nivel 0,05

Para el mes de mayo, la aportación mensual se correlaciona de forma positiva y estadísticamente significativa tanto con la precipitación mensual como con la aportación de abril. En el caso general, se propone utilizar como variables explicativas la precipitación del mes problema y la aportación del mes anterior siempre y cuando presenten una correlación positiva significativa con la aportación del mes problema.

**Por lo general, la aportación de un mes está parcialmente determinada por la precipitación del mes y por la aportación del mes anterior.**

### 2.1.2. Distribución estadística

Se ha comprobado que las series de aportaciones mensuales y de precipitaciones mensuales de cada mes se ajustan bien al modelo de distribución Gamma, cuya función de densidad se expresa según:

$$f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \cdot \Gamma(\alpha)} \cdot x^{\alpha-1} \cdot e^{-\frac{x}{\beta}}$$

Se han realizado los correspondientes ajustes por el método de máxima verosimilitud y se ha evaluado la bondad del ajuste por el test de la  $\chi^2$ . La figura 1 ilustra gráficamente el resultado de los ajustes para las series de aportación de abril y de mayo a El Vado, y la precipitación de mayo en Retiro.

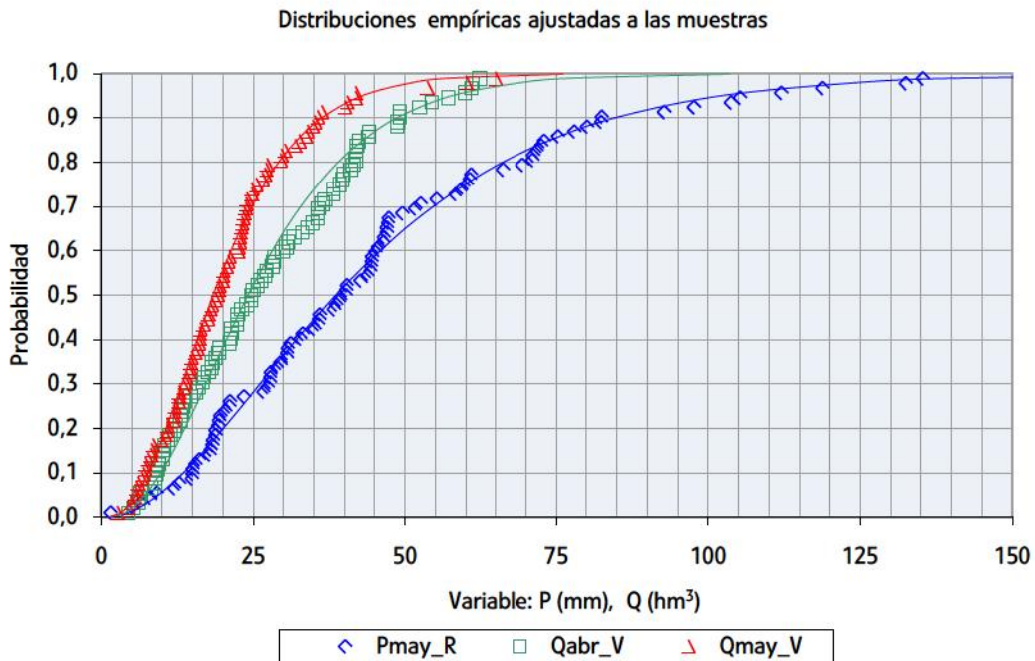
En este gráfico, las probabilidades empíricas son las de la fórmula de Weibull (probabilidad del  $k$ -ésimo menor:  $k/(n+1)$ ).

Por otra parte, se ha comprobado que las series no se ajustan a una distribución normal; las muestras no superan los test de normalidad (se han ensayado los de Shapiro-Wilk y Anderson-Darling).

En cuanto al modelo log-normal, la variable  $P_{may}$  tampoco proporciona ajustes satisfactorios: el test de  $\chi^2$  permite descartar el ajuste por máxima verosimilitud a un nivel de significación del 1 por ciento y la serie de logaritmos correspondiente no supera los test de normalidad. Sin embargo, las dos series de aportaciones mensuales,  $Q_{abr}$  y  $Q_{may}$  sí se ajustan razonablemente bien al modelo log-normal.



Figura 1. Distribuciones estadísticas



La distribución gamma representa bien el comportamiento de las aportaciones y las precipitaciones mensuales.

## 2.2. Caracterización de las variables y sus relaciones

### 2.2.1. Relación entre aportación de abril y precipitación de mayo

Se ha comprobado que las variables de *Qabr* y *Pmay* son estadísticamente independientes. El coeficiente de correlación entre ambas muestras es de -0,083, no es significativo al nivel 0,05.

Esta circunstancia, independencia estadística entre la precipitación y la aportación del mes anterior, es general para todos los meses y todas las series estudiadas.

### 2.2.2. Regresión lineal

Como primera aproximación a un modelo que relacione la aportación de mayo en El Vado con las dos variables explicativas propuestas se ha ensayado un modelo de regresión lineal clásico. El resultado de este modelo se resume en la tabla 3.

Tabla 3. Modelo de regresión lineal

Parámetro	Valor	Desviación típica	t de Student	Pr > t
Intersección	-0,791	3,179	-0,249	0,804
<i>Pmay</i>	0,188	0,041	4,614	< 0,0001
<i>Qabr</i>	0,481	0,084	5,707	< 0,0001

El modelo de regresión presenta un valor de  $r^2$  de 0,450 y es altamente significativo (valor de significación del estadístico  $F < 0,0001$ ).

Ambas variables independientes son significativas por sí solas (estadístico  $t < 0,0001$ ), mientras que el término de intersección, en cambio, es poco significativo. Esto último está en consonancia con el hecho esperable de no obtener aportación alguna si tanto la precipitación como la aportación del mes anterior son nulas.

Así pues, se ha ensayado un modelo de regresión lineal imponiendo intersección en el origen:

$$Q_{may} = a \cdot P_{may} + b \cdot Q_{abr}$$

El resultado es el que se presenta en la tabla 4.

Este modelo es también altamente significativo y tiene un comportamiento similar en cuanto a varianza explicada ( $r^2 = 0,449$ ).

**Tabla 4. Modelo lineal con intersección 0**

Parámetro	Valor	Desviación típica	t de Student	Pr > t
Intersección	0,000	-	-	-
$P_{may}$	0,181	0,031	5,891	< 0,0001
$Q_{abr}$	0,466	0,059	7,955	< 0,0001

### 2.2.3. Interacción y término multiplicativo

Como ya se ha señalado, las dos variables explicativas ( $P_{may}$  y  $Q_{abr}$ ) son estadísticamente independientes. Sin embargo, resulta interesante investigar si existe alguna interacción entre sus efectos sobre la aportación de mayo,  $Q_{may}$ .

Se ha ensayado un modelo de regresión lineal incorporando como variable el producto  $P_{may} \cdot Q_{abr}$ , para intentar detectar el efecto de la interacción entre las dos variables explicativas. El resultado es un modelo con  $r^2 = 0,483$ , con los coeficientes que se recogen en la tabla 5.

Se aprecia que tanto el término independiente, como el de interacción contribuyen al modelo tanto o más que las dos variables independientes.

**Tabla 5. Modelo lineal con término de interacción**

Parámetro	Valor	Desviación típica	t de Student	Pr > t
Intersección	7,171	5,101	1,406	0,165
$P_{may}$	0,014	0,097	0,145	0,885
$Q_{abr}$	0,204	0,163	1,248	0,217
$P_{may} \cdot Q_{abr}$	0,006	0,003	1,968	0,054

Con todo, se comprueba que la introducción del término de interacción en el modelo sin término independiente no produce ningún efecto sustancial.

En conclusión, no queda claro si las variables  $P_{may}$  y  $Q_{abr}$  interaccionan y de qué manera lo hacen, si bien esta interacción, de existir, es positiva.

Además, se ha probado que un modelo sólo con el término de interacción y término independiente es tan eficiente como el modelo lineal estándar ( $r^2 = 0,452$ ).

En la tabla 6 se presentan los resultados de la regresión y, en la figura 2 la representación gráfica de los puntos ( $Pmay \cdot Qabr$ ,  $Qmay$ ) y la correspondiente recta de regresión.

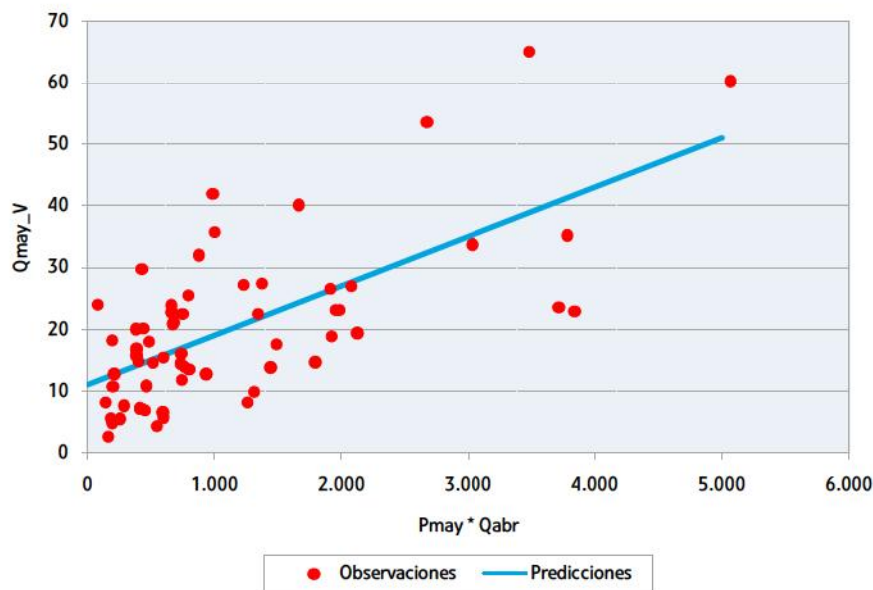
En los datos de la tabla se aprecia que tanto el término independiente como el término  $Pmay \cdot Qabr$  son significativos y contribuyen en una medida similar a la regresión.

Tabla 6. Modelo lineal con término de interacción exclusivamente

Parámetro	Valor	Desviación típica	t de Student	Pr > t
Intersección	10,967	1,729	6,344	< 0,0001
$Pmay \cdot Qabr$	0,008	0,001	7,145	< 0,0001

En conclusión, la incidencia de  $Pmay$  y  $Qabr$  en la variabilidad de  $Qmay$  se puede representar con eficiencia similar mediante un término lineal  $a \cdot Pmay + b \cdot Qabr$  o mediante el modelo de regresión sobre el término multiplicativo  $a + b \cdot Pmay \cdot Qabr$ .

Figura 2. Regresión  $Qmay$  vs  $Pmay \cdot Qabr$



Esta última formulación, que a la vista del gráfico podría servir de base para un modelo (al menos, para la aportación de mayo a El Vado) plantea un inconveniente formal: para una aportación nula en abril, la aportación de mayo resulta independiente de la precipitación, lo cual carece de sentido hidrológico.

### 2.3. Selección del modelo

Se intenta obtener una distribución estadística que reproduzca, de forma aceptable, el comportamiento de las aportaciones del "mes problema" condicionadas a valores de las variables explicativas establecidos de antemano.

En el análisis previo se ha planteado un modelo lineal que proporciona una estimación de la aportación del mes problema a partir de las variables explicativas. Esta estimación está asociada a una variabilidad aleatoria, expresada como error o residuo, que queda caracterizada estadísticamente. La combinación del valor de estimación y la distribución asociada al error componen una función de distribución para la variable estimada, condicionada al valor de las variables explicativas.

Sin embargo, la aplicación directa del modelo lineal con el término aleatorio asociado no es viable para el problema que nos ocupa. En efecto, los modelos de regresión se ajustan bajo el supuesto de que los residuos se distribuyen según la distribución normal. La aplicación directa del modelo supone, por tanto, adoptar la distribución normal para las aportaciones condicionadas. Este modelo de distribución, que *a priori* no parece muy adecuado, presenta además un serio inconveniente, formal y práctico al mismo tiempo: para valores no muy grandes de la estimación de  $Q$ , obtendríamos probabilidades no despreciables de  $Q < 0$ .

Así pues, el modelo de regresión que nos ha servido para identificar las variables explicativas y estudiar el modo en que determinan la aportación del mes problema no es apto, tal cual, como herramienta de modelización. Tampoco se dispone de modelos alternativos formalmente más adecuados al problema (de conocerlos, el análisis se habría planteado directamente sobre ellos).

Para obtener un modelo con comportamiento adecuado se han ensayado modificaciones en el modelo de regresión, concretamente en el tratamiento del término aleatorio. Los ensayos que han producido resultados reseñables han sido:

1. Término aleatorio multiplicativo
2. Modelo logarítmico
3. Término aleatorio gamma

En el apartado siguiente se detalla la formulación y tratamiento de cada uno de estos ensayos.

## 2.4. Formulación y estimación de los parámetros

### 2.4.1. Término aleatorio multiplicativo

La formulación del modelo de regresión original es:

$$Q_{may} = a \cdot P_{may} + b \cdot Q_{abr} + \sigma \xi$$

Donde  $\xi$  es una variable distribuida según  $N(0, 1)$  y  $\sigma$  es la desviación típica del error. El hecho de que el término de error ( $\sigma \xi$ ) sea aditivo es lo que, en este modelo, da entrada a valores negativos en la distribución condicionada de  $Q_{may}$ .

Tratándose de un modelo lineal sin término de intersección para estimar una variable definida positiva, la variabilidad alrededor del valor estimado central se puede expresar como un factor que varía entre 0 e  $\infty$  con un valor central de 1.

La siguiente formulación cumple estos requisitos:

$$Q_{may} = (a \cdot P_{may} + b \cdot Q_{abr}) \exp(\sigma \xi)$$

Donde  $\exp$  es la función exponencial,  $\xi$  es una variable distribuida según  $N(0, 1)$  y  $\sigma$  es un valor de desviación típica que debe estimarse. Obsérvese que el término aleatorio  $\exp(\sigma \xi)$  se distribuye según una log-normal.

Naturalmente, los valores de los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $\sigma$  no coinciden con los del modelo aditivo convencional y deben estimarse a partir de los datos. Esto se puede realizar por mínimos cuadrados sobre  $\sigma \cdot \xi$ , esto es, se buscan los valores de  $a$  y  $b$  que minimizan, para los datos de la muestra:

$$\sum_i \left[ \ln \left( \frac{Q_{may_i}}{a \cdot P_{may_i} + b \cdot Q_{abr_i}} \right) \right]^2$$

Como valor de  $\sigma$  se toma la desviación típica muestral de los  $\sigma \cdot \xi$ .

La minimización se ha realizado mediante la herramienta "Solver" de Excel. Los resultados del ajuste para El Vado, en el mes de mayo, son los que se muestran en la tabla 7.

Tabla 7. Parámetros del modelo lineal con error multiplicativo

a	b	$\sigma$
0,1376	0,4605	0,5357

Los residuos  $\ln(\sigma \cdot \xi)$  que se obtienen superan claramente los test de normalidad ensayados (Shapiro-Wilk y Anderson-Darling) y presentan un promedio ( $4,6 \cdot 10^{-8}$ ) cuya diferencia con 0 no es significativa. Esto es, la hipótesis de que  $\xi$  se distribuye según una  $N(0,1)$  es aceptable.

Según este modelo, la distribución de  $Q_{may}$  condicionada a un par de valores ( $P_{may}$ ,  $Q_{abr}$ ) es una log-normal de parámetros  $a \cdot P_{may} + b \cdot Q_{abr}$  y  $\sigma$ , ya que la distribución condicionada de  $\ln(Q_{may})$  es una normal de media  $a \cdot P_{may} + b \cdot Q_{abr}$  y desviación típica  $\sigma$ .

La media de la distribución condicionada es  $(a \cdot P_{may} + b \cdot Q_{abr}) \cdot \exp(\sigma^2/2)$ , y su coeficiente de variación  $\sqrt{e^{\sigma^2} - 1}$  (independiente de  $P_{may}$  y  $Q_{abr}$ ). Para el modelo ajustado en este caso (tabla 7), el coeficiente de variación de las distribuciones condicionadas es 0,577.

#### 2.4.2. Modelo logarítmico

El planteamiento anterior supone una distribución log-normal para la variable  $Q_{may}$  condicionada. Si suponemos que  $P_{may}$  y  $Q_{abr}$  (sin condicionar) se distribuyen también según el modelo log-normal, la siguiente formulación proporciona una distribución log-normal para  $Q_{may}$  condicionada:

$$Q_{may} = (P_{may})^a \cdot (Q_{abr})^b \cdot \exp(\sigma \cdot \xi)$$

Esta formulación presenta la ventaja operativa de que tomando logaritmos se transforma en un modelo de regresión lineal convencional (sin término de intersección), con estimación de  $a$  y  $b$  mediante mínimos cuadrados sobre  $\sigma \cdot \xi$ .

Sin embargo presenta inconvenientes formales:

- En los casos analizados, los datos permiten rechazar la hipótesis de que las distribuciones de las aportaciones mensuales y las precipitaciones mensuales sean log-normal.
- El caso singular  $Q_{abr} = 0$  implica  $Q_{may} = 0$ , sea cual sea el valor de precipitación en el mes, lo cual carece de sentido hidrológico.

No obstante, el modelo se ha ensayado, con los resultados que se muestran en la tabla 8.

Tabla 8. Parámetros del modelo logarítmico

a	b	$\sigma$
0,2593	0,6163	0,4817

Los residuos  $\sigma \cdot \xi$  que se obtienen superan los test de normalidad ensayados (Shapiro-Wilk y Anderson-Darling) y presentan un promedio (0,0064) cuya diferencia con 0 no es significativa. Esto es, la hipótesis de que  $\xi$  se distribuye según una  $N(0,1)$  es aceptable.

El valor para  $\sigma$  es menor que en el caso anterior, lo que indica una precisión ligeramente mayor (ambos  $\sigma$  son comparables, dado que la expresión del término aleatorio es, en ambos modelos, equivalente).

Por otra parte, se ha comprobado que para valores muy pequeños de  $Qabr$ , el modelo predice valores muy pequeños de aportación en mayo, aun con supuestos de precipitación muy abundante en ese mes: es la expresión práctica del inconveniente formal (b). Por ejemplo, la combinación entre el mínimo de aportación de abril de la serie (4,49 hectómetros cúbicos, correspondiente al año civil 1995) y el máximo de precipitación mensual en mayo registrado en Retiro (135,3 milímetros, correspondiente al año civil 2004) proporcionan un valor central para la aportación estimada de mayo de 9 hectómetros cúbicos, valor que está por debajo del percentil 20 por ciento. En los mismos supuestos, el modelo planteado en 2.4.1 proporciona una estimación central de 20,6 hectómetros cúbicos, valor cercano al percentil 60 por ciento y bastante más acorde con lo esperable. Por este motivo se ha decidido descartar el modelo logarítmico.

### 2.4.3. Variabilidad según la distribución gamma

Como se ha indicado más arriba, el modelo con término aleatorio multiplicativo  $e^{\sigma \xi}$  implica asumir una distribución log-normal para la variable  $Qmay$  condicionada. En realidad, podríamos adoptar otros modelos de distribución con tal de que su recorrido sea  $[0, \infty)$ . Dado que el comportamiento de la variable  $Qmay$  no condicionada se adapta bien a la distribución gamma, parece lógico ensayar este modelo también para la distribución condicionada.

Se propone el siguiente planteamiento: la variable  $Qmay$  condicionada a  $Pmay=p$  y  $Qabr=q$  se distribuye según una gamma de media  $a \cdot p + b \cdot q$  y parámetro de forma  $\alpha$ , que se supone independiente de los valores de  $p$  y  $q$ .

Si denotamos por  $gamma(\alpha, \beta)$  a la distribución gamma de parámetros  $\alpha$  y  $\beta$ , según la formulación dada en 2.1.2 y tenemos en cuenta que la media de tal distribución es  $\alpha \cdot \beta$  el modelo propuesto se puede formular de la siguiente manera:

$$Qmay = \xi, \xi \rightarrow gamma\left(\alpha, \frac{a \cdot Pmay + b \cdot Qabr}{\alpha}\right)$$

Teniendo en cuenta que la distribución  $gamma(\alpha, \beta)$  es escalable según el parámetro  $\beta$ , la variable aleatoria  $\eta = \xi / (a \cdot Pmay + b \cdot Qabr)$  se distribuye según una  $gamma(\alpha, 1/\alpha)$ , independiente de  $Pmay$  y  $Qabr$ . Así pues, el modelo anterior se puede rescribir como:

$$Qmay = (a \cdot Pmay + b \cdot Qabr) \cdot \eta$$

Donde  $\eta$  es una variable aleatoria distribuida según una  $gamma(\alpha, 1/\alpha)$ . La variable aleatoria  $\eta$  representa, como en las formulaciones anteriores, un término de error multiplicativo. La media de  $\eta$  es 1, y su desviación típica es  $1/\sqrt{\alpha}$ .

En el modelo, tal como se ha formulado,  $a$ ,  $b$  y  $\alpha$  son parámetros que es necesario estimar, para lo cual, se ha utilizado el criterio de máxima verosimilitud para la distribución de  $\eta$ . Los tres parámetros, sin embargo, no son libres y se pueden reducir a dos, si se impone la condición de que la media muestral de  $a \cdot P_{may} + b \cdot Q_{abr}$  iguale a la media muestral de  $Q_{may}$  (expresión muestral de la igualdad de medias entre  $Q_{may}$  y  $(a \cdot P_{may} + b \cdot Q_{abr}) \cdot \eta$ ). De este modo,  $b$  se pone en función de  $a$  como:

$$b = \frac{\overline{Q_{may}} - a \cdot \overline{P_{may}}}{\overline{Q_{abr}}}$$

La estimación por máxima verosimilitud se ha realizado utilizando la herramienta "Solver" de Excel. Los resultados se presentan en la tabla 9.

Tabla 9. Parámetros del modelo con variabilidad gamma

a	b	$\sigma$
0,1598	0,5012	4,7998

Como no existe un término aleatorio equivalente no se puede establecer una comparación directa entre la precisión de este modelo y la de los anteriores. Con todo, el coeficiente de variación de la distribución condicionada en este caso es  $1/\sqrt{\alpha} = 0,456$ , independiente de  $P_{may}$  y  $Q_{abr}$ , y sensiblemente menor que en el caso del modelo descrito en 2.4.1 (0,577).

## 2.5. Selección del modelo y validación

### 2.5.1. Planteamiento

De las formulaciones reseñadas es necesario seleccionar una como la más adecuada. El modelo logarítmico se ha descartado por los motivos expuestos anteriormente. Para evaluar los otros dos se han seguido dos líneas independientes; siempre basadas en el caso de El Vado en mayo.

- Representatividad: se ha investigado la capacidad de cada uno de los dos modelos para reproducir las características de la variable  $Q_{may}$ , que pueden estimarse a partir de los datos de la muestra.
- Capacidad predictiva: se han contrastado los resultados de los modelos, expresados en forma de intervalo de confianza, con los 64 datos disponibles.

### 2.5.2. Representatividad

#### 2.5.2.1. Metodología

El proceso seguido es el siguiente:

1. Combinando los 64 datos de  $Pmay_i$  y los 64 de  $Qabr_j$ , se generan  $64^2 = 4096$  pares  $(Pmay, Qabr)$ . Ya se ha dicho más arriba, que ambas variables pueden considerarse estadísticamente independientes, por lo que los 4096 pares pueden considerarse una muestra representativa de la distribución conjunta  $(Pmay, Qabr)$ .
2. Mediante el generador de números aleatorios incorporado en Excel (función "ALEATORIO()"), se ha generado una serie de 4096 números aleatorios entre 0 y 1. Llamemos a estos números  $h_k$ .
3. Para cada uno de los dos modelos se ha determinado el valor de  $Qmay$  correspondiente a cada una de las 4096 ternas  $(Pmay, Qabr, h_k)$ , con  $k = 91 \cdot (i-1) + j$ , que denotaremos  $Qmay^*_k$   
En cada caso,  $(Pmay, Qabr)$  determinan una distribución condicionada de la que se toma un elemento al azar, el correspondiente a la probabilidad  $h_k$ .
4. Los 4096 valores  $Qmay^*_k$  forman una muestra de la población  $Qmay^*$ , que es la población de aportaciones de mayo, tal y como la describe el modelo. La denominaremos muestra sintética. Esta se compara con la muestra de 64 valores  $Qmay$ . Si el modelo reproduce adecuadamente la población de  $Qmay$ , las diferencias entre ambas muestras no deben ser significativas.

Para la comparación entre las muestras se han empleado tres técnicas:

- a) Representación gráfica de las distribuciones empíricas.
- b) Comparación de estadísticos muestrales.
- c) Medida de adherencia.

La representación gráfica se ha realizado empleando la fórmula de Weibull para las probabilidades empíricas  $p = k/(N+1)$ , donde  $k$  es posición del elemento en la muestra ordenada y  $N$  la extensión de la muestra).

Para la medida de adherencia se ha partido del razonamiento siguiente. Dividiendo la muestra sintética ordenada en 64 intervalos, de 64 elementos cada uno y tomando el elemento central de cada intervalo (el que ocupa la posición 32 en el intervalo) se tienen 64 elementos de la muestra sintética que ocupan posiciones equivalentes a los 64 elementos de la muestra de datos. Cuanto más pequeñas sean las diferencias entre estos, más verosímil es la hipótesis de que ambas muestras provienen de la misma población. En consecuencia, se propone la siguiente medida de adherencia:

$$\sum_{l=1}^{64} \left( \text{ord}_{-} Qmay_l - \text{ord}_{-} Qmay^*_{64 \cdot i - 32} \right)^2$$

Donde el prefijo  $\text{ord}_{-}$  indica muestra ordenada. Cuanto mayor es el valor del estadístico, menor es la adherencia.

### 2.5.2.2. Resultados

El gráfico de la figura 3 representa las distribuciones empíricas de los datos de  $Qmay$  y de las muestras sintéticas correspondientes a cada uno de los dos modelos evaluados. Se comprueba que, en apariencia, ambos modelos presentan un comportamiento similar y un ajuste aceptable a los datos de la muestra. Las diferencias son mayores en el rango de probabilidades altas, donde el modelo "gamma" parece ajustarse mejor.

En cuanto a la comparación de estadísticos y la medida de adherencia, los resultados se presentan en la tabla 10. Se comprueba que el comportamiento del modelo con término aleatorio gamma (TA gamma) es mejor, tanto en una mayor correspondencia de los estadísticos como en un mejor valor de la medida de adherencia. En ambos casos, una mayor asimetría y una mayor curtosis son atribuibles a unas estimaciones de variabilidad por exceso cuando el valor de la estimación central es grande.



Figura 3. Distribuciones estadísticas

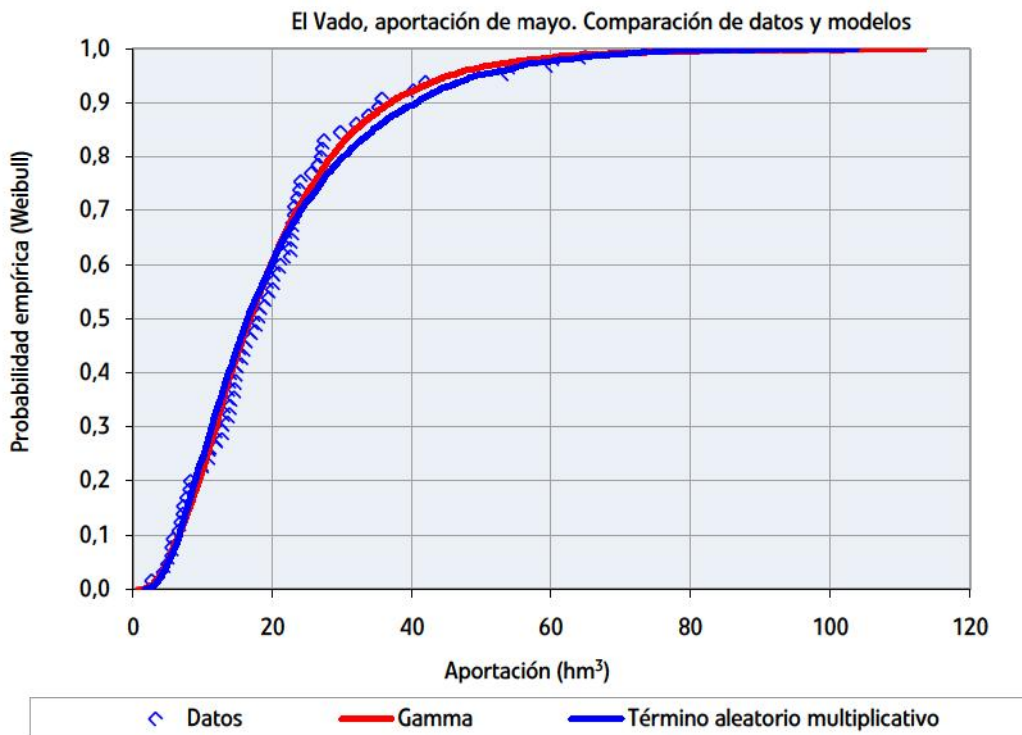


Tabla 10. Comparación de modelos

Estadístico	Datos	TA Multiplicativo	TA Gamma
Media	19,964	20,581	19,808
Desviación típica	12,689	16,108	13,278
Asimetría	1,494	2,588	1,787
Curtosis	2,994	11,531	5,470
Medida de adherencia con datos		810,15	194,93

### 2.5.3. Capacidad predictiva

Para comparar la capacidad predictiva de ambos modelos se han determinado, para cada dato de la muestra, el intervalo de confianza del 80 por ciento de la estimación proporcionada por cada uno de los modelos. Este intervalo de confianza se obtiene directamente descartando de la distribución condicionada correspondiente a cada par ( $P_{may}$ ,  $Q_{abr}$ ) el 10 por ciento en cada extremo.

En el gráfico de la figura 4 se presentan cronológicamente la serie de aportaciones de mayo, la de valores medios de la aportación estimada cada año y los correspondientes intervalos de confianza para el modelo TA multiplicativo.

El gráfico de la figura 5 es el equivalente para el modelo TA gamma.

Figura 4. Aportaciones estimadas para El Vado según el modelo TA multiplicativo

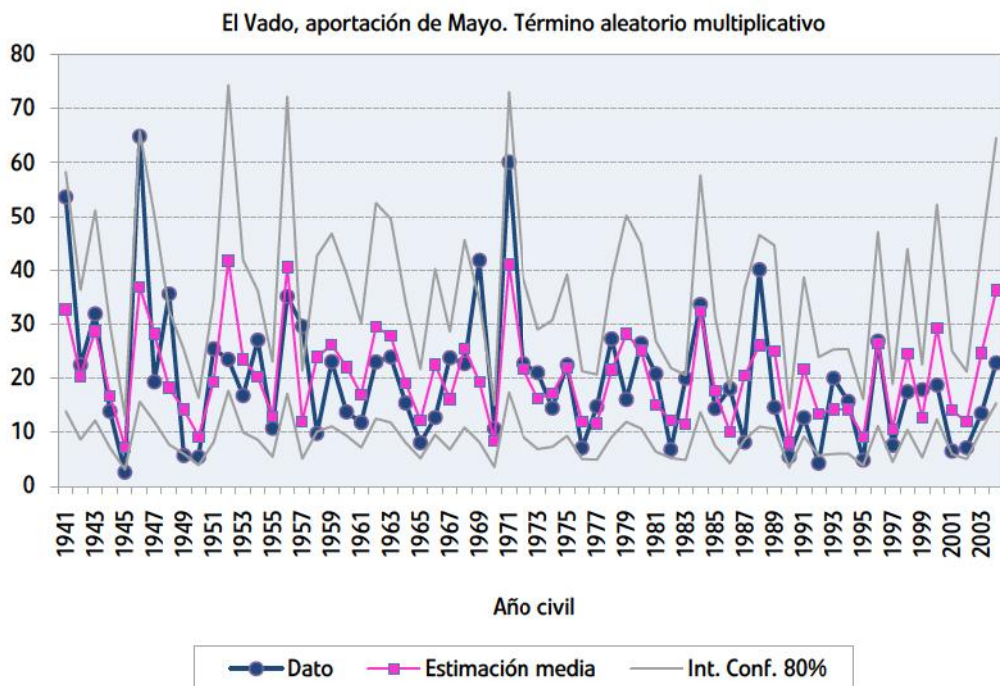
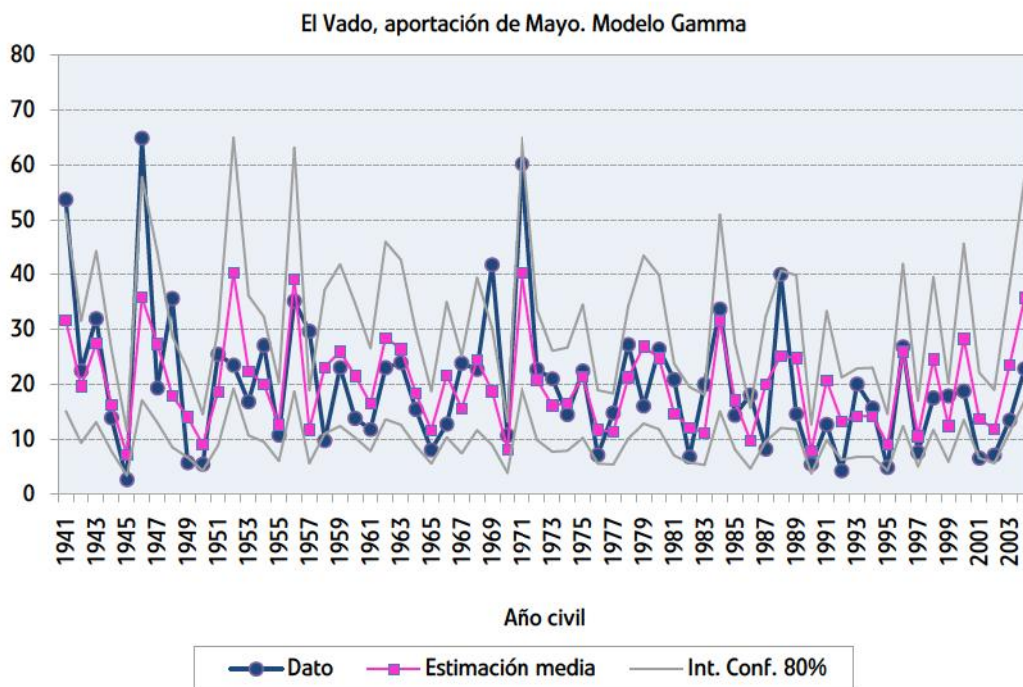


Figura 5. Aportaciones estimadas para El Vado según el modelo Gamma



A la vista de estos gráficos, se comprueba que el modelo gamma proporciona intervalos de confianza más estrictos. Esto es consecuencia directa del menor coeficiente de variación estimado para la distribución condicionada en este modelo (ver apartado 2.4.3). A esta observación hay que añadir los dos hechos relevantes que se mencionan seguidamente:

- Ambos modelos son similares en cuanto a exactitud, según se desprende de la comparación de errores cuadráticos cuando se toma la media de la distribución condicionada como valor de aportación estimada.
- El número de datos que quedan fuera del intervalo de confianza en la serie de 64 datos es de 13, en el caso del modelo gamma (20,3%); y de 5, en el caso del modelo con término aleatorio multiplicativo (7,8%). Tratándose de un intervalo de confianza del 80 por ciento (esto es, se espera un 20% de casos fuera del intervalo), parece claro que el modelo TA multiplicativo no estima adecuadamente las distribuciones condicionadas.

En conjunto puede afirmarse que el modelo gamma supera al TA multiplicativo en cuanto a precisión de las estimaciones.

#### 2.5.4. Conclusión

Según lo dicho en los apartados 2.5.2 y 2.5.3, el modelo TA gamma es más consistente con la distribución de aportaciones de mayo y, además, sus estimaciones son más precisas. Por ambas razones, se adopta este modelo para la predicción de aportaciones mensuales.

**De las formulaciones ensayadas, la que utiliza un término aleatorio según la distribución gamma es la que exhibe un mejor comportamiento, tanto en precisión como en capacidad para representar la distribución original.**

### 2.6. Formulación del modelo en el caso general

El caso de análisis, mes de mayo para El Vado, corresponde a un mes en el que se observa relación estadística significativa entre la aportación mensual y a) la precipitación de ese mes en Retiro y b) la aportación del mes anterior. Sin embargo, este no es siempre el caso.

En general, el tratamiento de las distintas situaciones que se presentan en cuanto a variables explicativas ha sido el que se explica a continuación.

#### 2.6.1. Modelo con precipitación de Retiro y aportación del mes anterior

Es el caso analizado para El Vado en mayo, y es el que se da en la mayoría de los casos estudiados. Se aplica siempre que se detecta relación estadísticamente significativa entre la aportación mensual del mes problema y a) la precipitación acumulada mensual de Retiro para ese mes, b) la aportación mensual del mes anterior.

Se acepta que existe relación significativa entre variables cuando el coeficiente de correlación es positivo y estadísticamente significativo al 5 por ciento.

El modelo se formula como en el caso analizado:

$$Q = \xi, \xi \rightarrow \text{gamma} \left( \alpha, \frac{a \cdot P + b \cdot Q_{-1}}{\alpha} \right)$$

Donde  $Q$  es la aportación del mes problema,  $Q_{-1}$  es la aportación del mes anterior y  $P$  es la precipitación de Retiro del mes problema.

### 2.6.2. Modelo sin precipitación

Cuando no se detecta ninguna relación significativa con la precipitación mensual, pero sí existe relación con la aportación del mes anterior, se ha ajustado un modelo que sólo toma esta última como variable predictora:

$$Q = \xi, \xi \rightarrow \text{gamma}\left(\alpha, \frac{a + b \cdot Q_{-1}}{\alpha}\right)$$

### 2.6.3. Modelo sin aportación del mes anterior

En los casos en los que no se observa una relación significativa con la aportación del mes anterior o en los que la serie de aportaciones del mes anterior no se ha considerado válida, si existe relación significativa con la precipitación mensual en Retiro se ha ensayado el siguiente modelo:

$$Q = \xi, \xi \rightarrow \text{gamma}\left(\alpha, \frac{a \cdot P + b}{\alpha}\right)$$

### 2.6.4. Casos sin modelo

Se da en el caso de que no se encuentren relaciones significativas, ni con la precipitación del mes, ni con la aportación del mes anterior (o bien, que la serie de aportaciones del mes anterior no se considere válida). En estos casos, no se ha ajustado ningún modelo.

Esta situación es relativamente frecuente en los meses de estiaje (julio, agosto, septiembre). Afortunadamente se trata de los meses en que las aportaciones son menos relevantes.

## 3

## Resultados del ajuste de los modelos mensuales

La formulación descrita en el apartado 2.6 se ha aplicado a 14 series de aportaciones relevantes para la empresa Canal de Isabel II, para los 12 meses del año. En las tablas 11 a 22 siguientes se presentan los valores de los parámetros de los modelos para cada mes. Se indica, además, el tipo de formulación adoptada en cada caso. En la columna *P* se indica si se utiliza (valor 1), o no (valor 0), la precipitación del mes como variable del modelo. Igualmente, en la columna *Q* se indica si se utiliza, o no, la aportación del mes anterior como variable del modelo. La serie "Agregada" es la suma de las aportaciones de El Vado, los cinco embalses de la cuenca del Lozoya, Pedrezuela, Manzanares, Navacerrada, Navalmedio, Las Nieves y La Jarosa, y pretende ser representativa de la aportación total al sistema de Canal de Isabel II.

Tabla 11. Parámetros de los modelos de enero

Serie de aportaciones	Tipo de modelo		Parámetros		
	P	Q	a	b	$\alpha$
Agregada	1	1	1,5126	0,5133	5,7870
El Vado	1	1	0,4041	0,4077	4,5636
Pinilla	1	1	0,2626	0,4934	4,4053
Lozoya AR Riosequillo	1	1	0,3381	0,5576	4,4689
Puentes Viejas	1	1	0,1899	0,6159	2,2165
Lozoya AR El Villar	1	1	0,5064	0,6253	4,3888
El Atazar	1	1	0,1310	0,4112	2,2842
Lozoya AR El Atazar	1	1	0,6103	0,6196	4,7832
Pedrezuela	1	1	0,0921	0,6984	2,1675
Navacerrada	1	1	0,0190	0,5180	2,8200
Manzanares El Real	1	1	0,2154	0,3559	3,9621
Navalmedio	1	1	0,0109	0,4995	3,7288
La Jarosa	1	1	0,0107	0,7113	1,6065
Las Nieves	1	1	0,1477	0,3622	1,3727

Tabla 12. Parámetros de los modelos de febrero

Serie de aportaciones	Tipo de modelo		Parámetros		
	P	Q	a	b	$\alpha$
Agregada	1	1	1,1356	0,6104	3,0346
El Vado	1	1	0,2366	0,6381	3,4286
Pinilla	1	1	0,2134	0,6550	2,4163
Lozoya AR Riosequillo	1	1	0,3254	0,5750	2,7152
Puentes Viejas	1	1	0,1531	0,5795	1,6549
Lozoya AR El Villar	1	1	0,4904	0,5862	2,6275
El Atazar	1	1	0,1315	0,3868	1,5096
Lozoya AR El Atazar	1	1	0,5982	0,5733	2,5764
Pedrezuela	1	1	0,0627	0,5346	2,4926
Navacerrada	1	1	0,0140	0,5778	4,0819
Manzanares El Real	1	1	0,1371	0,4779	3,8110
Navalmedio	0	1	0,0801	0,9396	3,5489
La Jarosa	1	1	0,0159	0,4173	1,5218
Las Nieves	1	1	0,0962	0,6097	1,4277

Tabla 13. Parámetros de los modelos de marzo

Serie de aportaciones	Tipo de modelo		Parámetros		
	P	Q	a	b	$\alpha$
Agregada	1	1	1,4510	0,5501	5,0439
El Vado	1	1	0,3018	0,6231	5,2938
Pinilla	1	1	0,3007	0,5301	4,8370
Lozoya AR Riosequillo	1	1	0,3980	0,5516	4,6855
Puentes Viejas	1	1	0,1964	0,4837	2,6984
Lozoya AR El Villar	1	1	0,5936	0,5404	4,5094
El Atazar	1	1	0,1116	0,3093	2,2070
Lozoya AR El Atazar	1	1	0,6994	0,5080	4,2649
Pedrezuela	1	1	0,0696	0,4721	3,0260
Navacerrada	1	1	0,0143	0,6441	2,7805
Manzanares El Real	1	1	0,1159	0,5485	4,0128
Navalmedio	1	1	0,0126	0,5665	3,0978
La Jarosa	0	0			
Las Nieves	1	1	0,1075	0,5226	2,6603

Tabla 14. Parámetros de los modelos de abril

Serie de aportaciones	Tipo de modelo		Parámetros		
	P	Q	a	b	$\alpha$
Agregada	1	1	0,8315	0,5131	5,6568
El Vado	1	1	0,2237	0,5257	5,5943
Pinilla	1	1	0,1508	0,7654	4,6433
Lozoya AR Riosequillo	1	1	0,2037	0,6914	4,5993
Puentes Viejas	1	1	0,0815	0,3878	3,4004
Lozoya AR El Villar	1	1	0,2976	0,5925	5,4947
El Atazar	0	1	3,9855	0,3080	4,2861
Lozoya AR El Atazar	1	1	0,3392	0,5940	5,4607
Pedrezuela	0	0			
Navacerrada	1	1	0,0148	0,6120	3,0844
Manzanares El Real	1	0	0,0951	5,2668	2,9701
Navalmedio	0	0			
La Jarosa	1	0	0,0060	0,6464	2,4500
Las Nieves	1	1	0,0672	0,2385	2,3944

Tabla 15. Parámetros de los modelos de mayo

Serie de aportaciones	Tipo de modelo		Parámetros		
	P	Q	a	b	$\alpha$
Agregada	1	1	0,6186	0,5749	5,4931
El Vado	1	1	0,1598	0,5012	4,7998
Pinilla	1	1	0,1570	0,6281	4,9547
Lozoya AR Riosequillo	1	1	0,1695	0,6532	5,7754
Puentes Viejas	1	1	0,0570	0,5740	3,1511
Lozoya AR El Villar	1	1	0,2242	0,6422	5,7000
El Atazar	1	1	0,0422	0,5071	3,1370
Lozoya AR El Atazar	1	1	0,2618	0,6296	5,7836
Pedrezuela	1	1	0,0429	0,3728	2,6215
Navacerrada	1	1	0,0094	0,6079	2,9935
Manzanares El Real	1	1	0,1025	0,3755	3,5959
Navalmedio	1	1	0,0065	0,4938	4,5282
La Jarosa	1	1	0,0075	0,4951	2,4803
Las Nieves	1	1	0,0184	0,8302	0,9756

Tabla 16. Parámetros de los modelos de junio

Serie de aportaciones	Tipo de modelo		Parámetros		
	P	Q	a	b	$\alpha$
Agregada	1	1	0,4490	0,3493	6,0805
El Vado	1	1	0,0853	0,3419	4,3988
Pinilla	1	1	0,0815	0,3573	3,5383
Lozoya AR Riosequillo	1	1	0,1025	0,3722	3,9860
Puentes Viejas	1	1	0,0648	0,2731	2,4200
Lozoya AR El Villar	1	1	0,1639	0,3606	4,4198
El Atazar	1	1	0,0442	0,3795	2,7697
Lozoya AR El Atazar	1	1	0,1843	0,3769	4,9173
Pedrezuela	1	1	0,0210	0,3088	2,3307
Navacerrada	1	1	0,0127	0,2552	2,4388
Manzanares El Real	1	1	0,0903	0,1909	2,8830
Navalmedio	1	1	0,0072	0,2745	3,0309
La Jarosa	1	1	0,0051	0,2838	2,4594
Las Nieves	0	1	0,5529	0,3730	3,5848

Tabla 17. Parámetros de los modelos de julio

Serie de aportaciones	Tipo de modelo		Parámetros		
	P	Q	a	b	$\alpha$
Agregada	0	1	4,3840	0,2381	8,3451
El Vado	0	1	0,3748	0,2570	3,7114
Pinilla	0	1	0,8659	0,1967	5,1988
Lozoya AR Riosequillo	0	1	1,2276	0,2287	6,6570
Puentes Viejas	0	1	0,2265	0,3107	1,8777
Lozoya AR El Villar	0	1	1,5798	0,2505	6,9279
El Atazar	0	1	0,7297	0,2346	4,7747
Lozoya AR El Atazar	0	1	2,1135	0,2577	7,3931
Pedrezuela	0	1	0,1603	0,2616	2,2157
Navacerrada	0	1	0,0579	0,3335	2,8510
Manzanares El Real	0	1	0,3994	0,1734	1,7619
Navalmedio	0	1	0,0202	0,2741	1,9578
La Jarosa	0	1	0,0474	0,2058	1,6107
Las Nieves	0	1	0,2827	0,2482	3,0442



Tabla 18. Parámetros de los modelos de agosto

Serie de aportaciones	Tipo de modelo		Parámetros		
	P	Q	a	b	$\alpha$
Agregada	0	0			
El Vado	0	1	0,2469	0,3205	2,3148
Pinilla	0	1	0,5308	0,3157	5,2805
Lozoya AR Riosequillo	0	1	1,1959	0,2843	3,9615
Puentes Viejas	0	1	0,1960	0,5425	1,7113
Lozoya AR El Villar	0	1	1,5729	0,3303	3,7383
El Atazar	0	0			
Lozoya AR El Atazar	0	0			
Pedrezuela	0	0			
Navacerrada	0	1	0,0400	0,5748	4,4422
Manzanares El Real	0	1	0,0871	0,4462	1,1382
Navalmedio	0	1	0,0208	0,5957	1,0806
La Jarosa	0	0			
Las Nieves	0	0			

Tabla 19. Parámetros de los modelos de septiembre

Serie de aportaciones	Tipo de modelo		Parámetros		
	P	Q	a	b	$\alpha$
Agregada	1	1	0,1901	0,7510	3,7781
El Vado	1	1	0,0131	0,9216	1,8997
Pinilla	1	1	0,0231	0,7584	2,9619
Lozoya AR Riosequillo	0	1	0,3403	1,1508	3,0438
Puentes Viejas	0	1	0,2303	1,0797	1,1921
Lozoya AR El Villar	1	1	0,0542	0,9778	3,0695
El Atazar	1	0	0,0746	0,7116	0,9391
Lozoya AR El Atazar	1	1	0,1397	0,8697	2,1520
Pedrezuela	1	1	0,0070	0,7841	1,1000
Navacerrada	0	1	0,0887	0,6758	1,9561
Manzanares El Real	1	0	0,0200	0,2033	0,7500
Navalmedio	0	1	0,0192	0,5056	1,7504
La Jarosa	0	1	0,0119	0,7777	1,6886
Las Nieves	0	1	0,0669	0,6476	1,2014

Tabla 20. Parámetros de los modelos de octubre

Serie de aportaciones	Tipo de modelo		Parámetros		
	P	Q	a	b	$\alpha$
Agregada	1	0	0,3591	6,4195	1,9770
El Vado	1	1	0,0796	0,6799	1,4035
Pinilla	1	1	0,0743	0,7842	1,7132
Lozoya AR Riosequillo	1	0	0,0991	1,5075	1,8993
Puentes Viejas	1	0	0,0221	0,6176	1,6049
Lozoya AR El Villar	1	0	0,1229	2,3926	2,1240
El Atazar	1	0	0,0182	0,8110	1,7165
Lozoya AR El Atazar	1	0	0,1399	3,2688	2,4307
Pedrezuela	1	1	0,0235	0,9951	1,3138
Navacerrada	1	0	0,0062	0,1113	1,2895
Manzanares El Real	1	1	0,0675	0,8798	1,2223
Navalmedio	1	0	0,0037	0,0187	1,6259
La Jarosa	1	1	0,0029	0,7856	0,8045
Las Nieves	1	0	0,0155	0,2019	0,6553

Tabla 21. Parámetros de los modelos de noviembre

Serie de aportaciones	Tipo de modelo		Parámetros		
	P	Q	a	b	$\alpha$
Agregada	1	1	0,6017	1,2124	2,7721
El Vado	1	1	0,1365	1,4756	2,4191
Pinilla	1	1	0,1410	1,2018	2,2650
Lozoya AR Riosequillo	1	1	0,1709	1,2324	2,2624
Puentes Viejas	1	1	0,0401	2,5818	1,2370
Lozoya AR El Villar	1	1	0,2289	1,4314	2,2351
El Atazar	1	1	0,0263	1,3867	1,8902
Lozoya AR El Atazar	1	1	0,2569	1,4148	2,3200
Pedrezuela	1	1	0,0204	1,6114	1,5493
Navacerrada	1	1	0,0094	1,0630	2,0748
Manzanares El Real	1	1	0,0790	0,9897	1,4749
Navalmedio	1	1	0,0043	1,3581	1,7669
La Jarosa	1	1	0,0052	1,1529	0,4744
Las Nieves	1	1	0,0345	1,9347	1,0587

Tabla 22. Parámetros de los modelos de diciembre

Serie de aportaciones	Tipo de modelo		Parámetros		
	P	Q	a	b	$\alpha$
Agregada	1	1	0,7550	0,8935	2,9892
El Vado	1	1	0,1919	0,8129	2,7056
Pinilla	1	1	0,1068	0,8981	1,8504
Lozoya AR Riosequillo	1	1	0,1492	0,9120	2,2137
Puentes Viejas	1	1	0,0623	0,9316	1,7453
Lozoya AR El Villar	1	1	0,2230	0,9065	2,6373
El Atazar	1	1	0,0464	1,0048	2,6105
Lozoya AR El Atazar	1	1	0,2784	0,9048	3,3419
Pedrezuela	1	1	0,0594	1,0900	1,7222
Navacerrada	1	1	0,0103	0,8235	2,4121
Manzanares El Real	1	1	0,1144	0,7451	2,0051
Navalmedio	1	1	0,0049	1,0726	1,0807
La Jarosa	1	1	0,0170	0,4532	0,9500
Las Nieves	1	1	0,0470	1,2167	1,1873

## 4

## Aplicación para la predicción de aportaciones mensuales

### 4.1. Aplicación "Caso 1"

Los modelos propuestos describen la aportación de un mes, en función de la pluviometría de ese mismo mes, expresada como precipitación mensual en Retiro, y la aportación del mes anterior.

Al comienzo de un mes, el dato de aportación del mes anterior es conocido, a diferencia de lo que sucede, en principio, para el dato de pluviometría. Con todo, el modelo se puede aplicar directamente para evaluar las aportaciones esperables en diferentes supuestos de precipitación. Esta es la que se ha denominado aplicación *Caso 1*.

La aplicación *Caso 1* permite responder, mediante tanteo, a preguntas del tipo "Cómo de lluvioso ha de ser este mes para tener una aportación de tantos hectómetros cúbicos, con una seguridad del 80 por ciento, (sabiendo que la aportación del mes anterior fue tanto)". Los datos de entrada son la aportación del mes anterior y el percentil de precipitación que se presupone para el mes problema.

Los gráficos de las figuras 6 y 7 muestran los resultados para el modelo de la serie agregada en enero, en el supuesto de que la aportación de diciembre sea de 60 hectómetros cúbicos y que la pluviosidad de enero sea la correspondiente al percentil 40 (el 40 por ciento de los meses de enero son menos lluviosos). En el gráfico de la figura 6, la línea roja muestra la función de distribución estimada para ese supuesto, que puede compararse con la distribución no condicionada (línea azul). Se comprueba que, por ejemplo, la probabilidad de llegar a una aportación superior a 100 hectómetros cúbicos, que normalmente se alcanza casi en la mitad de los años, es, en este supuesto, del orden del 7 por ciento (percentil 93). En el gráfico de la figura 7 se puede comprobar el desplazamiento hacia las aportaciones más pequeñas que se produce en el supuesto considerado.

### 4.2. Aplicación "Caso 2"

La implementación *Caso 2* permite hacer inferencias sobre las aportaciones esperables en un mes conociendo la aportación del mes anterior y sin hacer ningún supuesto acerca de la precipitación. Permite responder a preguntas como: "¿Cuál es la probabilidad de obtener tal aportación este mes, sabiendo que la aportación del mes anterior es tal?". Los únicos datos de entrada son las aportaciones del mes anterior. En este caso, la respuesta del modelo se obtiene integrando las aportaciones estimadas que proporciona para una gama de escenarios de precipitación equiprobables y representativos de la población de precipitaciones.

Figura 6. Distribución de la aportación agregada de enero, para aportación agregada de diciembre de  $60 \text{ hm}^3$  y precipitación de enero en el percentil 40

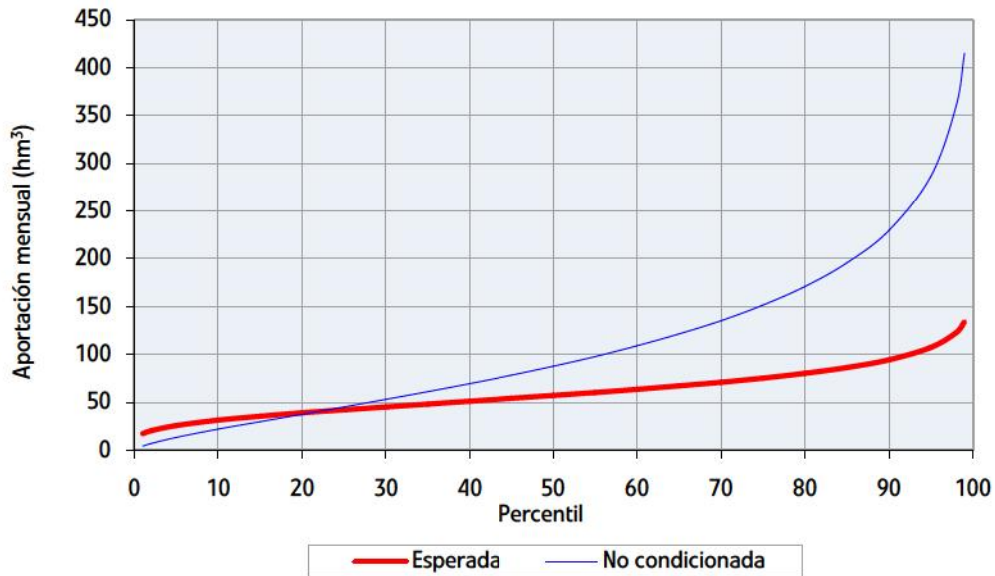
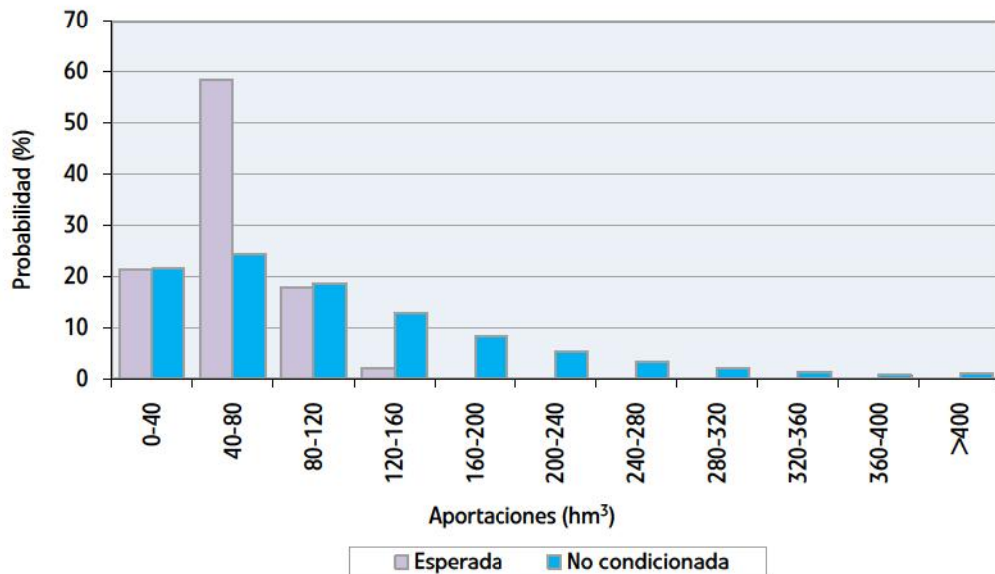


Figura 7. Histograma de probabilidad de la aportación agregada de enero, en el mismo supuesto que la figura 6



Los gráficos de las figuras 8 y 9 presentan los resultados para el modelo de la serie agregada en enero, en el caso de que la aportación de diciembre haya sido de  $60 \text{ hm}^3$ , (corresponde a un percentil del 43,5%: ese porcentaje de meses de diciembre son más secos en aportaciones que el que se considera). En la figura 8 se observa, por ejemplo, que la probabilidad de superar los  $100 \text{ hm}^3$  de aportación es de poco más del 30% (percentil ligeramente superior a 70), aunque, en general, esta probabilidad es del 45% aproximadamente, según indica la línea de la distribución no condicionada. En el histograma de probabilidad (figura 9) se puede apreciar como la probabilidad de aportaciones en el rango entre  $40$  y  $80 \text{ hm}^3$  se incrementan notablemente en relación con la distribución no condicionada, en general a costa de la probabilidad de las aportaciones mayores que  $120 \text{ hm}^3$ .

La aplicación "Caso 2" estima la distribución de la aportación condicionada un valor de aportación del mes anterior. Es, por tanto, independiente de la variable precipitación. En consecuencia, el pronóstico es menos preciso que en la aplicación "Caso 1".

Figura 8. Distribución de la aportación agregada de enero, para aportación agregada de diciembre de 60 hm<sup>3</sup>

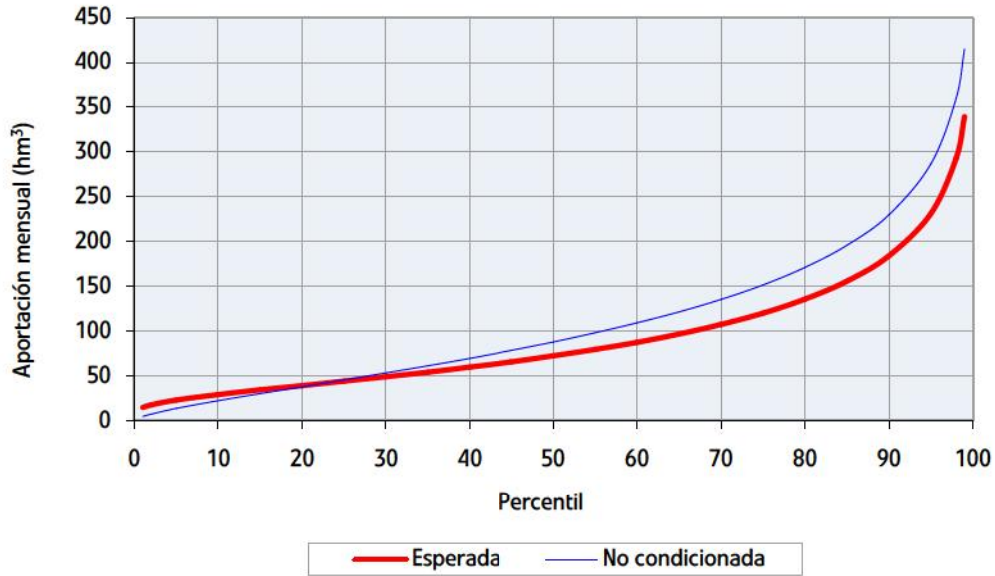
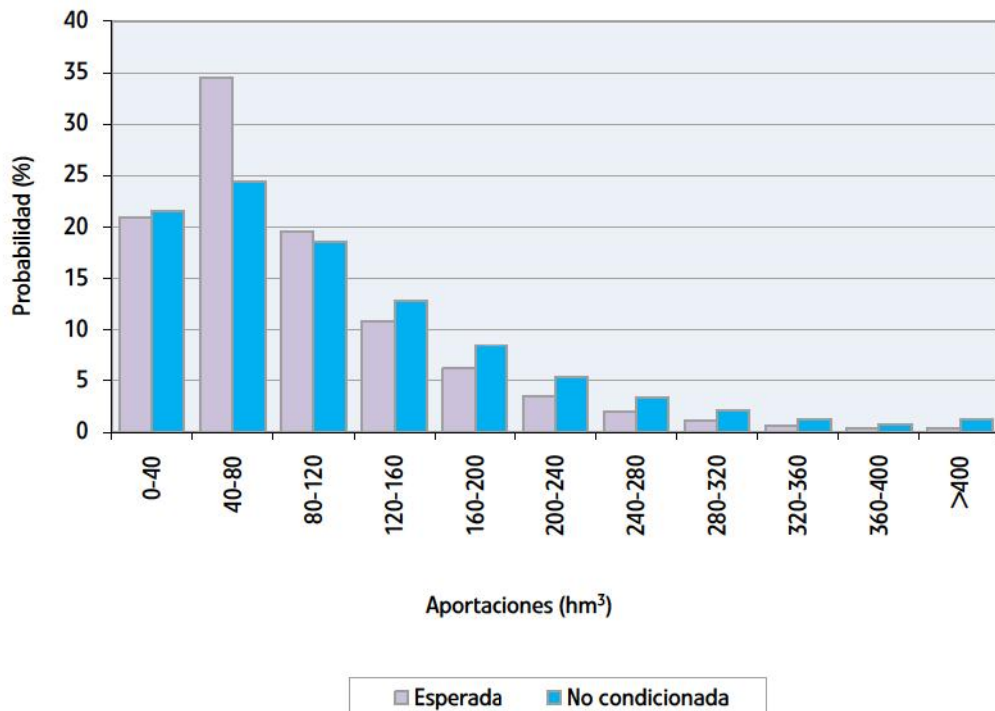


Figura 9. Histograma de probabilidad de la aportación agregada de enero, en el mismo supuesto de la figura 8 anterior



### 4.3. Implementación de los algoritmos

Ambas aplicaciones de los modelos, "Caso 1" y "Caso 2", se han implementado en archivos Excel. Para ello se han utilizado funciones incorporadas en esta aplicación de hoja de cálculo o se ha escrito código en VBA (Visual Basic for Applications), según se describe a continuación.

#### 4.3.1. Caso 1

El "Caso 1" de aplicación del modelo se implementa directamente con las funciones incorporadas de Excel. Una vez establecidos los valores de la precipitación y de la aportación del mes anterior, la distribución predicha para la aportación es una gamma de parámetros conocidos y Excel proporciona las funciones "DISTR.GAMMA" y "DISTR.GAMMA.INV" para manejar este modelo de distribución.

DISTR.GAMMA proporciona el valor de la densidad de probabilidad o de la función de distribución para un valor de la variable. DISTR.GAMMA.INV proporciona el valor de la variable para un valor de la función de distribución, (es la inversa de la función de distribución).

#### 4.3.2. Caso 2

No hay una formulación analítica para la distribución predicha para la aportación condicionada a un valor de la aportación del mes anterior. Por tanto, la implementación del "Caso 2" no puede realizarse mediante funciones incorporadas en Excel. En cambio, se han incorporado funciones en el lenguaje de programación VBA que estiman los valores de la función de distribución condicionada y de su inversa.

Para estimar el valor de la función de distribución, para la aportación  $Q$  condicionada a un valor  $Q_0$  de aportación del mes anterior, se sigue el siguiente razonamiento:

- a) El conjunto de los 64 valores de precipitación mensual de la serie histórica de Retiro, desde el año hidrológico 1940-41 se puede considerar como una muestra aleatoria representativa de la población de precipitaciones del mes.
- b) Para cada uno de estos 64 valores de precipitación,  $P_i$ , la distribución de  $Q$  condicionada a  $Q_0$  y  $P_i$  es, según el modelo, una gamma de parámetros  $\alpha$  y  $(a \cdot P_i + b \cdot Q_0) / \alpha$ . La probabilidad de no superar  $Q$  condicionada a  $Q_0$  y  $P_i$  se puede obtener directamente con la función "DISTR.GAMMA" de Excel.
- c) La probabilidad de no superar  $Q$  condicionada a  $Q_0$  y a  $P \in \{P_1, \dots, P_i, \dots, P_{64}\}$ , (es decir, a que la precipitación sea una de las de la muestra) es el promedio de las 64 probabilidades calculadas en (b), ya que las 64  $P_i$  se consideran equiprobables.
- d) Teniendo en cuenta, por (a), que la muestra de 64  $P_i$  se considera representativa de la variable precipitación, la condición  $P \in \{P_1, \dots, P_i, \dots, P_{64}\}$  es la representación muestral de la condición "para cualquier valor de  $P$ " (es decir, "independiente de  $P$ "). Por tanto, la probabilidad calculada en (c) es una estimación de la probabilidad de no superación de  $Q$  condicionada a  $Q_0$ , sea cual sea la precipitación. Es decir, la probabilidad calculada en (c) es una estimación del valor de la distribución condicionada que buscamos.

El razonamiento descrito es el que aplica el sencillo algoritmo de la función " $f_{cond\_Q}$ " implementada en VBA. Una vez se dispone de una implementación para la función de distribución, la función inversa se puede implementar mediante búsqueda por división en la función de distribución. Esto es lo que hace la función " $f_{cond\_Q\_inv}$ ".

# 5

## Modelos Trimestrales

### 5.1. Desarrollo del modelo

Para la modelización a nivel trimestral se considera la siguiente división del año en trimestres o estaciones.

- Otoño (OND): octubre a diciembre
- Invierno (EFM): enero a marzo
- Primavera (AMJ): abril a junio
- Verano (JAS): julio a septiembre

El análisis del comportamiento de las aportaciones trimestrales ha permitido comprobar que:

- a) En general, y con la excepción del trimestre de verano, existe correlación positiva y significativa entre las aportaciones de un trimestre y la precipitación acumulada del mismo trimestre registrada en Retiro.
- b) La tendencia a la persistencia en las aportaciones trimestrales es significativamente mayor que la esperable por azar. Se atribuye esta persistencia a la inercia hidrológica de la cuenca.
- c) Lo anterior se manifiesta en la existencia de correlación positiva y significativa entre las aportaciones de un trimestre y las de algún periodo anterior. Normalmente, la aportación del mes anterior proporciona más correlación que la aportación del bimestre, o trimestre anterior, lo cual se considera consistente con la hipótesis de inercia hidrológica de la cuenca.

Asimismo, se ha comprobado que las series de aportaciones trimestrales se adaptan bien al modelo de distribución gamma.

Todo lo anterior ha llevado a aplicar para los modelos trimestrales la misma formulación que la adoptada en los modelos mensuales, tomando como variables explicativas la precipitación del trimestre y la aportación del mes anterior.

La metodología de ajuste y los criterios de evaluación de la bondad del modelo son los mismos que los expuestos en el caso del modelo mensual.

A título de ejemplo se presentan los gráficos de las figuras 10 y 11 correspondientes al modelo para el trimestre AMJ de la serie agregada.



Figura 10. Modelo para el trimestre AMJ. Serie agregada

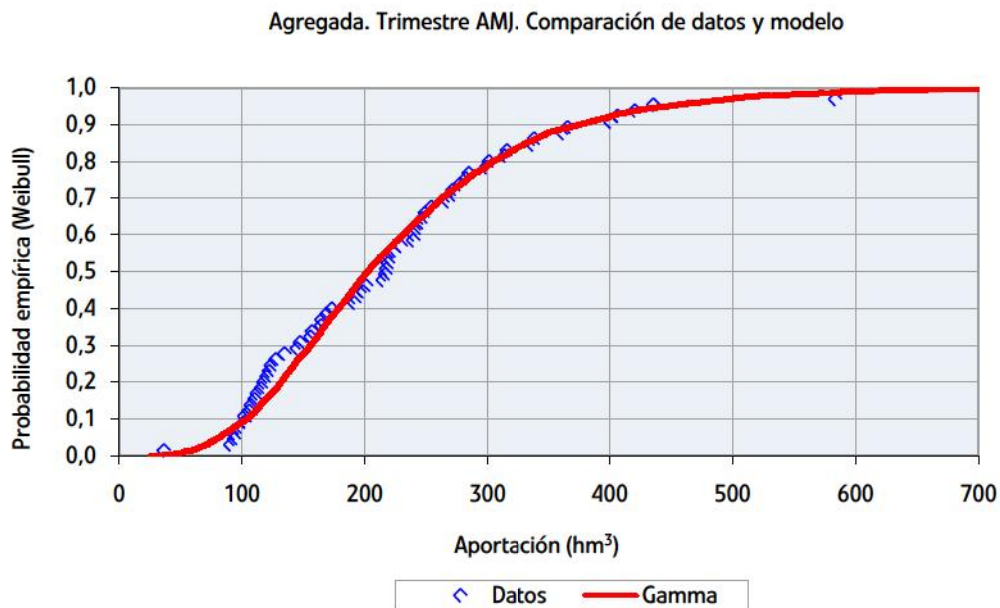
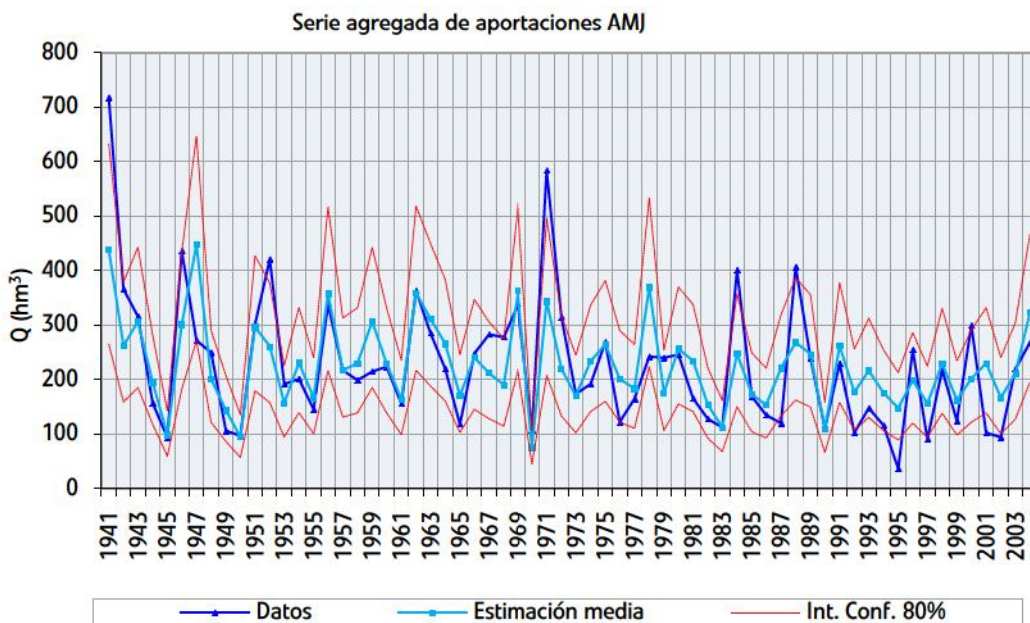


Figura 11. Aportaciones trimestre AMJ de la serie agregada



## 5.2. Resultados

Los archivos Excel nombrados *Ajuste Modelo Trimestral <Serie>.xls* recogen los datos y cálculos realizados para el ajuste de cada uno de los modelos trimestrales, así como los resultados obtenidos. En particular, la hoja *Resultados* de cada uno de estos archivos presenta un resumen de los resultados del ajuste de cada modelo.

En las tablas 23 a 26 siguientes se presentan los valores de los parámetros de los modelos para cada trimestre. Se indica, además, el tipo de formulación adoptada en cada caso; la columna *P* se indica si se utiliza (valor 1), o no (valor 0), la precipitación del trimestre como variable del modelo.

Igualmente, en la columna *Q* se indica si se utiliza, o no, la aportación del mes anterior como variable del modelo.

**Tabla 23. Parámetros de los modelos del trimestre OND**

Serie de aportaciones	Tipo de modelo		Parámetros		
	P	Q	a	b	$\alpha$
Agregada	1	1	0,9916	2,4305	2,8666
El Vado	1	1	0,2482	2,1079	2,5306
Pinilla	1	0	0,2621	-3,8722	2,8533
Lozoya AR Riosequillo	1	0	0,3407	-5,0484	2,9880
Puentes Viejas	1	0	0,1416	-3,9939	1,6490
Lozoya AR El Villar	1	0	0,4946	-8,8813	2,7757
El Atazar	1	0	0,0882	-1,8498	2,3439
Lozoya AR El Atazar	1	0	0,5828	-10,7193	2,9678
Pedrezuela	1	0	0,1156	-5,6623	1,8673
Navacerrada	1	0	0,0173	0,0000	2,5717
Manzanares El Real	1	1	0,0983	13,5419	2,3789
Navalmedio	1	0	0,0128	-0,4805	3,2158
La Jarosa	1	0	0,0116	0,0000	1,1869
Las Nieves	1	0	0,1037	-4,2160	1,2342

**Tabla 24. Parámetros de los modelos del trimestre EFM**

Serie de aportaciones	Tipo de modelo		Parámetros		
	P	Q	a	b	$\alpha$
Agregada	1	1	2,2917	0,7420	6,8907
El Vado	1	0	0,5985	8,1460	4,6303
Pinilla	1	1	0,4475	0,6059	7,0742
Lozoya AR Riosequillo	1	0	0,6585	8,8296	5,9084
Puentes Viejas	1	1	0,2555	1,2220	3,8346
Lozoya AR El Villar	1	1	0,8890	0,8140	6,6712
El Atazar	1	0	0,1782	2,0052	3,6419
Lozoya AR El Atazar	1	1	1,0434	0,8062	6,7146
Pedrezuela	1	0	0,1971	0,5037	1,9771
Navacerrada	1	1	0,0329	0,4736	5,4883
Manzanares El Real	1	1	0,2339	0,7373	4,4215
Navalmedio	1	1	0,0191	0,6130	6,6813
La Jarosa	1	1	0,0208	0,8070	3,4315
Las Nieves	1	1	0,1724	0,8701	3,3502

Tabla 25. Parámetros de los modelos del trimestre AMJ

Serie de aportaciones	Tipo de modelo		Parámetros		
	P	Q	a	b	$\alpha$
Agregada	1	1	1,2323	0,6850	9,0450
El Vado	1	1	0,2909	0,7096	8,3865
Pinilla	1	1	0,2824	1,0423	6,7545
Lozoya AR Riosequillo	1	1	0,3550	0,9660	7,1265
Puentes Viejas	1	1	0,1224	0,4675	6,2464
Lozoya AR El Villar	1	1	0,4730	0,8610	8,3083
El Atazar	1	1	0,0824	0,6272	8,1733
Lozoya AR El Atazar	1	1	0,5565	0,8286	8,6841
Pedrezuela	1	0	0,0552	3,1765	2,5466
Navacerrada	1	0	0,0156	1,5923	3,4568
Manzanares El Real	1	0	0,1081	9,3026	4,6566
Navalmedio	0	0			
La Jarosa	1	0	0,0098	0,9368	4,5615
Las Nieves	1	1	0,0800	0,4138	2,0064

Tabla 26. Parámetros de los modelos del trimestre JAS

Serie de aportaciones	Tipo de modelo		Parámetros		
	P	Q	a	b	$\alpha$
Agregada	0	1	15,7492	0,4594	6,3011
El Vado	0	1	1,9397	0,3635	4,4150
Pinilla	0	1	2,5657	0,3469	5,0608
Lozoya AR Riosequillo	0	1	3,3518	0,4877	5,6185
Puentes Viejas	0	1	0,7597	0,7562	1,9342
Lozoya AR El Villar	0	1	4,0205	0,6067	4,7492
El Atazar	1	0	0,0344	3,3994	2,0903
Lozoya AR El Atazar	0	1	5,7588	0,6917	3,8942
Pedrezuela	0	1	0,8043	0,3412	2,7872
Navacerrada	0	1	0,1749	0,8013	3,4298
Manzanares El Real	0	1	0,1081	0,5920	4,6566
Navalmedio	0	1	0,1209	0,4325	1,4838
La Jarosa	0	1	0,2077	0,2106	2,2336
Las Nieves	0	1	1,1669	0,2607	2,4930

En el nivel trimestral la formulación con término aleatorio gamma también proporciona resultados aceptables.

## 6

## Predicción estacional de precipitaciones

### 6.1. Predicción estacional de precipitación del Met Office de Reino Unido

La oficina meteorológica británica ha desarrollado y explota el sistema de predicción global estacional "GloSea", basado en un modelo numérico de circulación general de la atmósfera. Las predicciones se basan en las condiciones observadas en el día 1 del mes en que se emiten (mes 1), a partir de las cuales se realiza una simulación de 6 meses de alcance. Con los datos de esta simulación se calculan predicciones trimestrales de precipitación y temperatura media, referidas a tres periodos distintos que se solapan entre sí:

1. Meses 2 a 4, esto es, el trimestre siguiente al mes en que se emite la predicción (mes 1).
2. Meses 3 a 5, esto es, el trimestre retrasado un mes respecto del anterior.
3. Meses 4 a 6, esto es, el trimestre retrasado un mes respecto del anterior.

Las predicciones, de carácter regional y muy genéricas, se publican en internet en dos formatos gráficos, predicción categórica y predicción probabilística. La resolución espacial no es muy fina pero es suficiente para identificar, en la mayoría de los casos, la predicción correspondiente a la zona que interesa a Canal de Isabel II.

La exposición que sigue se centra en la predicción de precipitación en el primer alcance, es decir, (meses 2 a 4).

#### 6.1.1. Predicción categórica

La predicción categórica estacional se puede consultar en la dirección electrónica:

[http://www.meto.gov.uk/research/seasonal/monthly\\_forecasts/single\\_terce\\_cat2.html](http://www.meto.gov.uk/research/seasonal/monthly_forecasts/single_terce_cat2.html)

En la figura 12 se muestra la predicción de precipitación para 2 a 4 meses de alcance, emitida en septiembre de 2005. El periodo predicho es, por tanto, el otoño de 2005, que se anticipa seco en el centro de la Península Ibérica.

La predicción presenta una clasificación del territorio en 5 categorías diferenciadas por colores. Las categorías podrían traducirse como:

- |  |                                     |
|--|-------------------------------------|
| 1. <b>Húmedo con mayor probabilidad</b>          | <i>(wet more likely)</i>            |
| 2. <b>Húmedo o normal con mayor probabilidad</b> | <i>(wet or average more likely)</i> |
| 3. <b>Normal con mayor probabilidad</b>          | <i>(average more likely)</i>        |
| 4. <b>Seco o normal con mayor probabilidad</b>   | <i>(dry or average more likely)</i> |
| 5. <b>Seco con mayor probabilidad</b>            | <i>(dry more likely)</i>            |

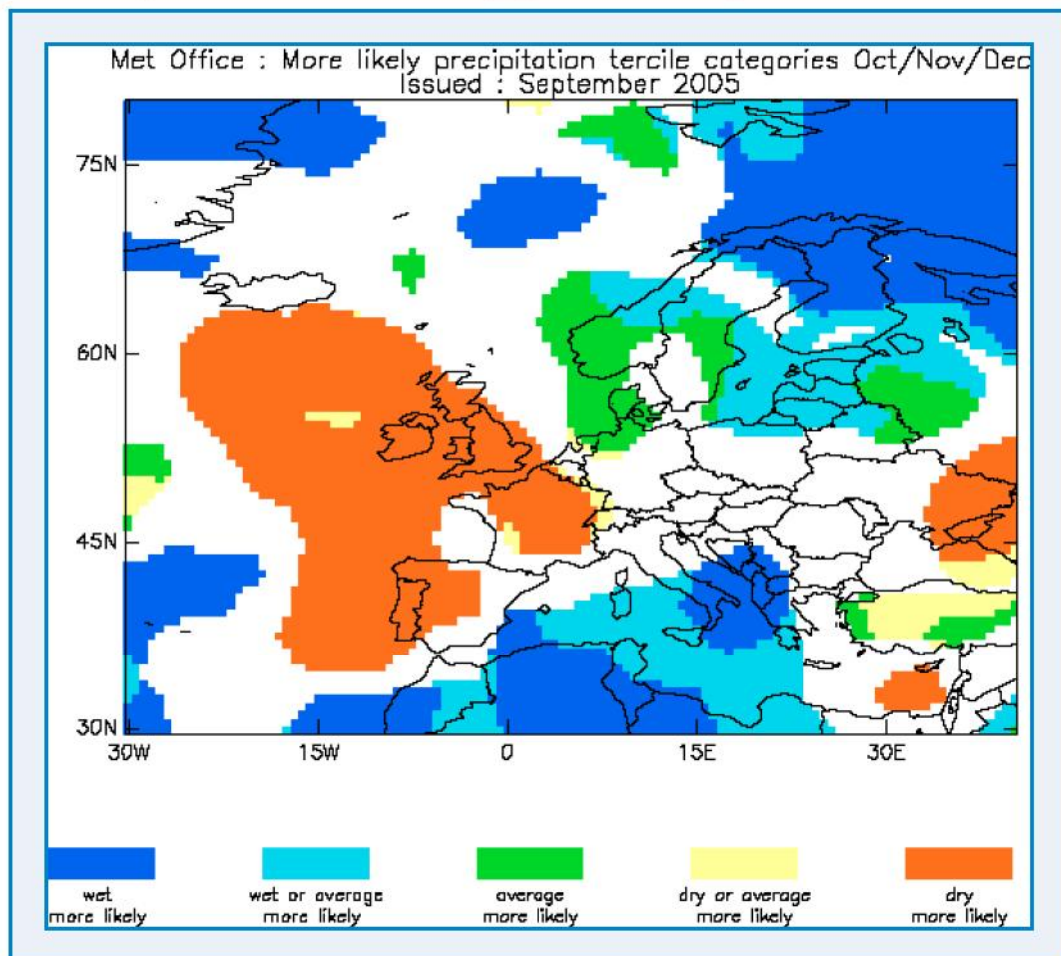
Esta clasificación se basa en las probabilidades predichas para cada tercil de precipitación (húmedo, normal y seco). Las cinco categorías enumeradas se corresponden con los casos enumerados en la tabla 27, según se describe en la página web del Met Office.

En las zonas en que las probabilidades de los terciles no se ajustan a ninguna de estas categorías, el mapa queda sin colorear, indicando que la predicción no se decanta claramente por ninguna categoría, es decir, predicción neutra, no proporciona información.

**Tabla 27. Categorías de predicción de precipitación en función de las probabilidades predichas para los terciles**

Categoría	Probabilidad predicha (%)		
	húmedo	normal	seco
1	>40	<33,3	<33,3
2	Ambos >33,3 y al menos uno >40		
3	<33,3	>40	<33,3
4	Ambos >33,3 y al menos uno >40		
5	<33,3	<33,3	>40

**Figura 12. Predicción de Met Office (UK), alcance 2-4 meses para Península Ibérica**



### 6.1.2. Predicción probabilística

Este otro formato gráfico de presentación para la predicción de precipitación también se publica en la web del Met Office, en la dirección:

[http://www.metoffice.gov.uk/research/seasonal/monthly\\_forecasts/single\\_terce2.html](http://www.metoffice.gov.uk/research/seasonal/monthly_forecasts/single_terce2.html)

Se trata de una clasificación en 5 rangos de las probabilidades predichas para cada tercil.

Se representa en tres mapas, uno por cada tercil, coloreados en función de los rangos de probabilidad. La figura 13 muestra la predicción emitida en septiembre para los meses 2 a 4, es decir, la correspondiente con la predicción categórica presentada en la figura 12 anterior. Para la zona central de la Península Ibérica se pronosticó:

- Probabilidad de que la precipitación se encuentre en el tercil húmedo entre 20 y 40 %.  
(*Above normal precipitation*).
- Probabilidad de que la precipitación se encuentre en el tercil normal entre 20 y 40 %.  
(*Near normal precipitation*).
- Probabilidad de que la precipitación se encuentre en el tercil seco entre 40 y 60 %.  
(*Below normal precipitation*).

### 6.1.3. Calidad de las predicciones

#### 6.1.3.1. Evaluación ofrecida por la propia web

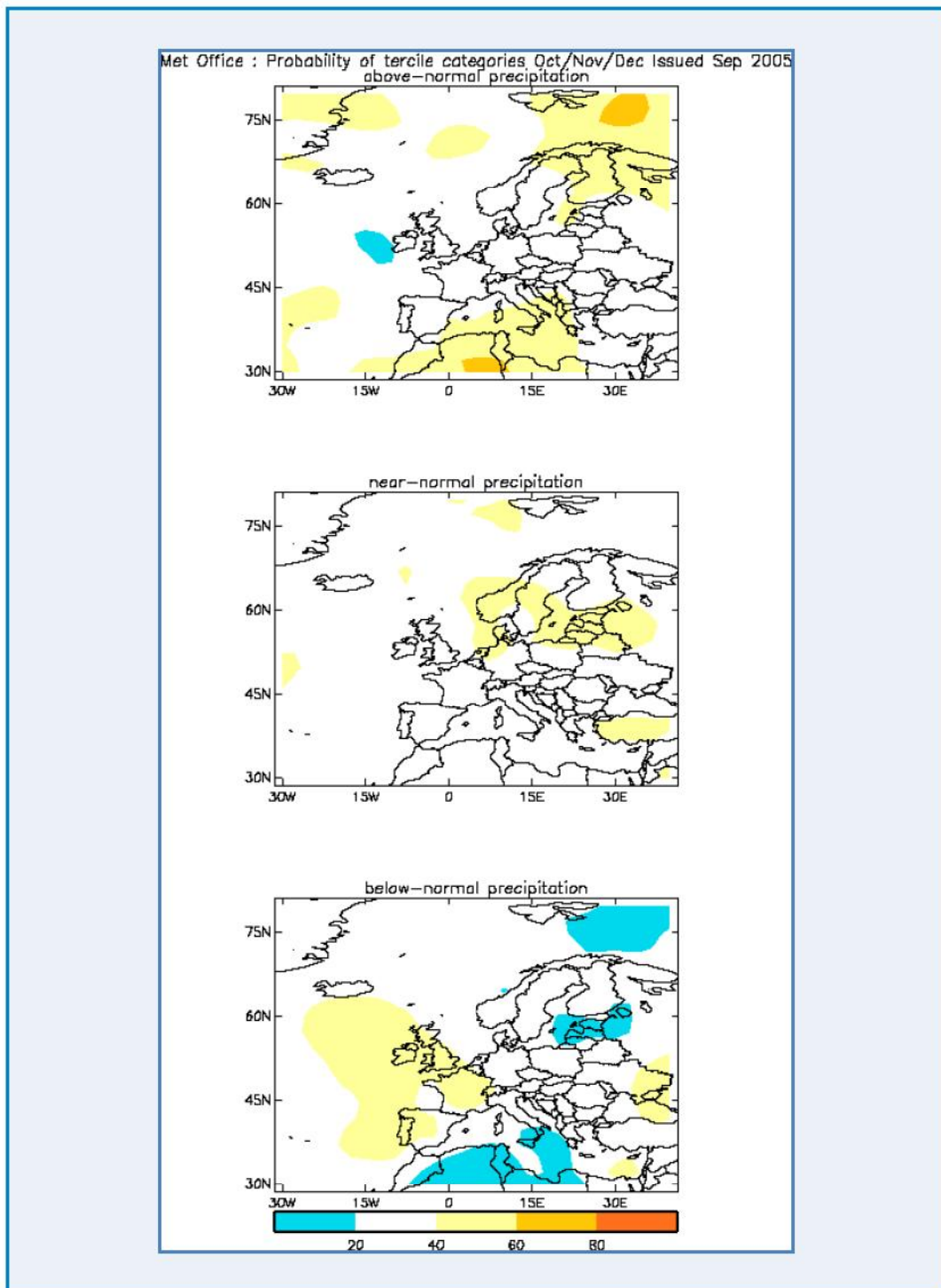
La web del Met Office ofrece evaluaciones de precisión "*skill*" de sus predicciones, basadas en el contraste con observaciones para el periodo 1987-2001. La medida de precisión adoptada para el caso de predicción categórica es el llamado *Gerrity Skill Score (GSS)*, que al parecer es el índice recomendado por la WMO para este tipo de predicciones. El GSS toma valores entre -1 y 1.

El valor 1 corresponde a la predicción perfecta y el valor -1 es un valor extremo que sólo se alcanza en condiciones pésimas (la predicción falla sistemáticamente en un sistema completamente predecible). El valor 0 es el valor esperado para una predicción aleatoria. Es decir, el valor 0 debe interpretarse como valor nulo de la información proporcionada por el sistema de predicción.

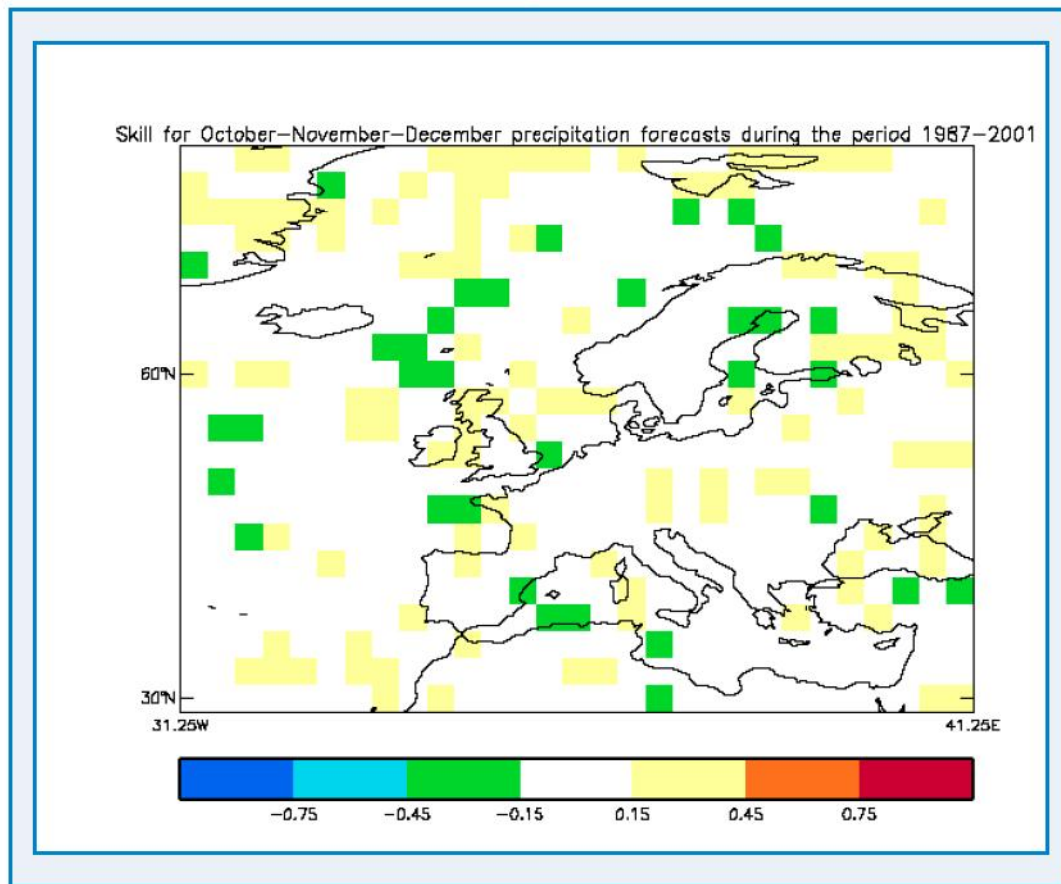
En la figura 14 se muestra el gráfico de valores del índice de precisión para las predicciones de precipitación emitidas en septiembre.

El centro de la Península Ibérica se encuentra dentro de una zona con valores próximos a 0. Se ha comprobado que esta situación se repite en el resto de meses. Aparentemente, para el centro peninsular la predicción estacional de precipitaciones del Met Office no aporta mucha información.

**Figura 13. Predicción de Met Office (UK), para Península Ibérica, septiembre 2005**  
Alcance: octubre/noviembre/diciembre, 2005



**Figura 14. Valores del índice de precisión "skill" predicciones de Met Office (UK) para Península Ibérica Octubre, noviembre y diciembre 1987-2001**



#### 6.1.3.2. Evaluación del histórico de predicciones publicado

En la web del Met Office pueden consultarse las predicciones emitidas desde marzo de 2004 hasta la actualidad, que pueden contrastarse con los datos disponibles. En la tabla 28 se recoge el valor de la predicción para el centro de la Península Ibérica evaluada sobre los mapas accesibles en la web del Met Office.

Aunque el periodo con predicciones es corto, se puede advertir que se trata de una predicción muy laxa:

- Es frecuente que la predicción categórica no proporcione ninguna categoría: hay 9 "ceros" en 21 predicciones emitidas.
- El rango de probabilidad predicho con más frecuencia es el 20-40, que es el que aporta menos información (una predicción del 33,3 por ciento para un tercil no aporta ninguna información sobre ese tercil). Sólo 13 de 63 probabilidades predichas quedan fuera de este rango.

Por otra parte, con los datos de precipitación en Retiro, de los que se ha dispuesto para el presente estudio, se puede contrastar la predicción contra datos en 7 casos, éstos se recogen en la tabla 29. La determinación del tercil observado se basa en los umbrales de los terciles de las series de precipitaciones trimestrales de Retiro, de 1901 a 2004, que se presentan en la tabla 30.



**Tabla 28. Predicciones categóricas y probabilísticas de precipitación trimestral para el centro de la Península Ibérica según los mapas publicados en internet por Met Office. Alcance de 2 a 4 meses**

Mes en que se emite	Predicción categórica*	Predicción probabilística (%)		
		húmedo	normal	seco
Mar-04	3	20-40	40-60	20-40
Abr-04	5	20-40	20-40	40-60
May-04	4	0-20	20-40	40-60
Jun-04	0	20-40	20-40	20-40
Jul-04	0	20-40	20-40	20-40
Ago-04	0	20-40	20-40	20-40
Sep-04	2	40-60	20-40	20-40
Oct-04	1	40-60	20-40	20-40
Nov-04	3	20-40	40-60	20-40
Dic-04	2	20-40	40-60	20-40
Ene-05	0	20-40	20-40	20-40
Feb-05	1	40-60	20-40	20-40
Mar-05	0	20-40	20-40	20-40
Abr-05	5	20-40	20-40	40-60
May-05	4	20-40	20-40	40-60
Jun-05	1	40-60	20-40	20-40
Jul-05	0	20-40	20-40	20-40
Ago-05	0	20-40	20-40	20-40
Sep-05	5	20-40	20-40	40-60
Oct-05	0	20-40	20-40	20-40
Nov-05	0	20-40	20-40	20-40

(\*) Categorías según enumeradas en 6.1.1. El valor 0 indica que la predicción no se incluye en ninguna categoría (sin color en mapa)

**Tabla 29. Predicciones categóricas y probabilísticas de precipitación trimestral para el centro de la Península Ibérica, y precipitaciones trimestrales observadas en Retiro**

Mes en que se emite	Predicción categórica	Predicción probabilística (%)			Observación (Retiro)	
		húmedo	normal	seco	mm	tercil
Mar-04	3	20-40	40-60	20-40	186,8	húmedo
Abr-04	5	20-40	20-40	40-60	149,7	húmedo
May-04	4	0-20	20-40	40-60	53,0	normal
Jun-04	0	20-40	20-40	20-40	51,7	normal
Jul-04	0	20-40	20-40	20-40	127,4	húmedo
Ago-04	0	20-40	20-40	20-40	106,1	seco
Sep-04	2	40-60	20-40	20-40	116,5	seco

**Tabla 30. Umbrales del tercil central para las precipitaciones trimestrales en Retiro (serie 1901-2004)**

Mes predicción	Trimestre	Umbrales (mm)	
		Inferior	Superior
Marzo	Abr-jun	95,2	136,1
Abril	May-jul	64,7	97,4
Mayo	Jun-ago	36,9	55,7
Junio	Jul-sep	28,0	63,3
Julio	Ago-oct	59,1	108,8
Agosto	Sep-nov	106,6	160,0
Septiembre	Oct-dic	122,3	186,2

Aunque se trata de muy pocos casos, el contraste no resulta muy prometedor. Ninguna de las 4 predicciones categóricas efectivas acierta con la categoría observada.

#### 6.1.4. Conclusiones

Se puede concluir que las predicciones estacionales ofrecidas por Met Office en internet, en el nivel de desarrollo actual, no proporcionan información suficientemente precisa sobre las precipitaciones en el centro de la Península Ibérica como para ser aprovechada para mejorar la estimación de aportaciones futuras en los embalses de Canal de Isabel II.

**En su nivel de desarrollo actual, la predicción estacional de precipitación del Met Office no tiene precisión suficiente para su aplicación al pronóstico hidrológico en las cuencas de Canal de Isabel II.**

## 6.2. Predicción basada en ENSO

### 6.2.1. Planteamiento

*ENSO (El Niño Southern Oscillation)* se refiere al fenómeno de oscilación de las condiciones atmosféricas y oceánicas, en la región del Pacífico Tropical, entre dos condiciones extremas:

- El Niño (que se caracteriza, básicamente, por temperaturas del agua, anormalmente altas, en la región central y oriental del Pacífico Tropical) y,
- La Niña (caracterizada principalmente por temperaturas del agua, anormalmente frías, en esa misma región).

El Niño es la denominación de un fenómeno observado desde hace siglos, que se manifiesta por calentamientos anormales del agua del Pacífico frente a las costas de Ecuador y Perú, asociado a episodios de grandes lluvias en la región. *Southern Oscillation* se refirió inicialmente a la correlación negativa entre las anomalías de presión atmosférica de los extremos oriental y occidental del Océano Pacífico, conocida desde finales del siglo XIX. Ambos fenómenos están interrelacionados y son manifestaciones de una misma dinámica subyacente, compleja y aún poco conocida.

La influencia de *ENSO* traspasa el nivel regional y alcanza amplias zonas del planeta, afectando al régimen meteorológico general en puntos muy alejados de la región pacífico-ecuatorial donde se observa.

Para cuantificar el estado del ciclo *ENSO* se han elaborado varios índices, *SOI*, *ONI*, *MEI*, etc.

- El *SOI (Southern Oscillation Index)* se basa en la diferencia de presión atmosférica estandarizada de dos estaciones alejadas en longitud en el Pacífico ecuatorial.
- El *ONI (Oceanic Niño Index)* está basado en la anomalía de temperatura superficial del agua en el Pacífico subecuatorial occidental.

La web *Climate Prediction Center* de *NOAA*<sup>3</sup> publica las series históricas actualizadas de estos y otros índices.

Se pueden consultar los valores mensuales de *SOI*, desde enero de 1951 en:

[www.cpc.ncep.noaa.gov/data/indices/soi](http://www.cpc.ncep.noaa.gov/data/indices/soi)

Y los de *ONI*, desde enero de 1950 en: [www.cpc.noaa.gov/products/analysis\\_monitoring/ensostuff/ensoyears.shtml](http://www.cpc.noaa.gov/products/analysis_monitoring/ensostuff/ensoyears.shtml).

Se han recopilado estos valores y se ha realizado un análisis estadístico para tratar de identificar posibles relaciones con la precipitación registrada en la estación meteorológica de Retiro.

<sup>3</sup> National Oceanic and Atmospheric Administration. Agencia científica del Departamento de Comercio de los Estados Unidos de América

## 6.2.2. Datos SOI

### 6.2.2.1. Análisis de la serie

El índice *SOI* (*Southern Oscillation Index*) se calcula a partir de la diferencia de presión atmosférica a nivel del mar estandarizada (Stand SLP), entre Darwin (Norte de Australia) y Tahití (Pacífico Central). El índice se calcula para cada mes, con los valores de las presiones medias mensuales en cada uno de los puntos. Se expresa como el valor de la anomalía o diferencia (adimensional), o bien de la anomalía estandarizada (adimensional). La estandarización se realiza a partir de la media y desviación típica en un periodo de referencia.

De la dirección web citada en 6.2.1 se han recopilado los datos del *SOI* mensual estandarizado, desde enero de 1951 (primer mes con datos) hasta noviembre de 2005 (último dato disponible en el momento de efectuar la descarga). En la figura 15, puede verse la serie temporal completa de valores *SOI* recopilados.

Un análisis inicial de los datos revela una serie con una fuerte autocorrelación en el nivel mensual como se aprecia en los autocorrelogramas que se muestran en los gráficos de las figuras 16 y 17. La situación de un mes está relacionada directamente con los 2 o 3 meses anteriores, según se desprende del autocorrelograma parcial (figura 17). En conjunto, el efecto de la persistencia se deja sentir hasta 8 o 9 meses, como se desprende del autocorrelograma (figura 16). Aparentemente, la influencia de un mes en el siguiente es más fuerte en los meses de julio a diciembre, que en los meses de enero a junio, según se desprende de los valores del coeficiente de correlación entre meses presentados en la tabla 31. El *SOI* mensual no sigue un patrón estacional claro, ni presenta tendencia significativa en el periodo analizado (ver figura 15).

Se ha obtenido la serie de *SOI* trimestral asignando a cada trimestre el promedio de los valores de *SOI* mensual correspondientes. La serie trimestral también presenta una autocorrelación fuerte, el coeficiente de autocorrelación de orden 1 es 0,667. En este caso, un trimestre sólo es influenciado directamente por el anterior: los coeficientes de autocorrelación parcial, de orden 2 o mayor, no son significativos.

El grado de correlación del *SOI* de un trimestre con el del anterior varía de unos trimestres a otros, como se aprecia en la tabla 32.

En el nivel anual se observa cierta autocorrelación (para el *SOI* promedio del año hidrológico,  $r=0,308$ ,  $p=0,025$ ), pero no se forman ciclos pluri-anales, tendencias u otros patrones identificables.

Figura 15. Serie temporal completa de valores SOI mensual estandarizado (enero 1951 a noviembre 2005)

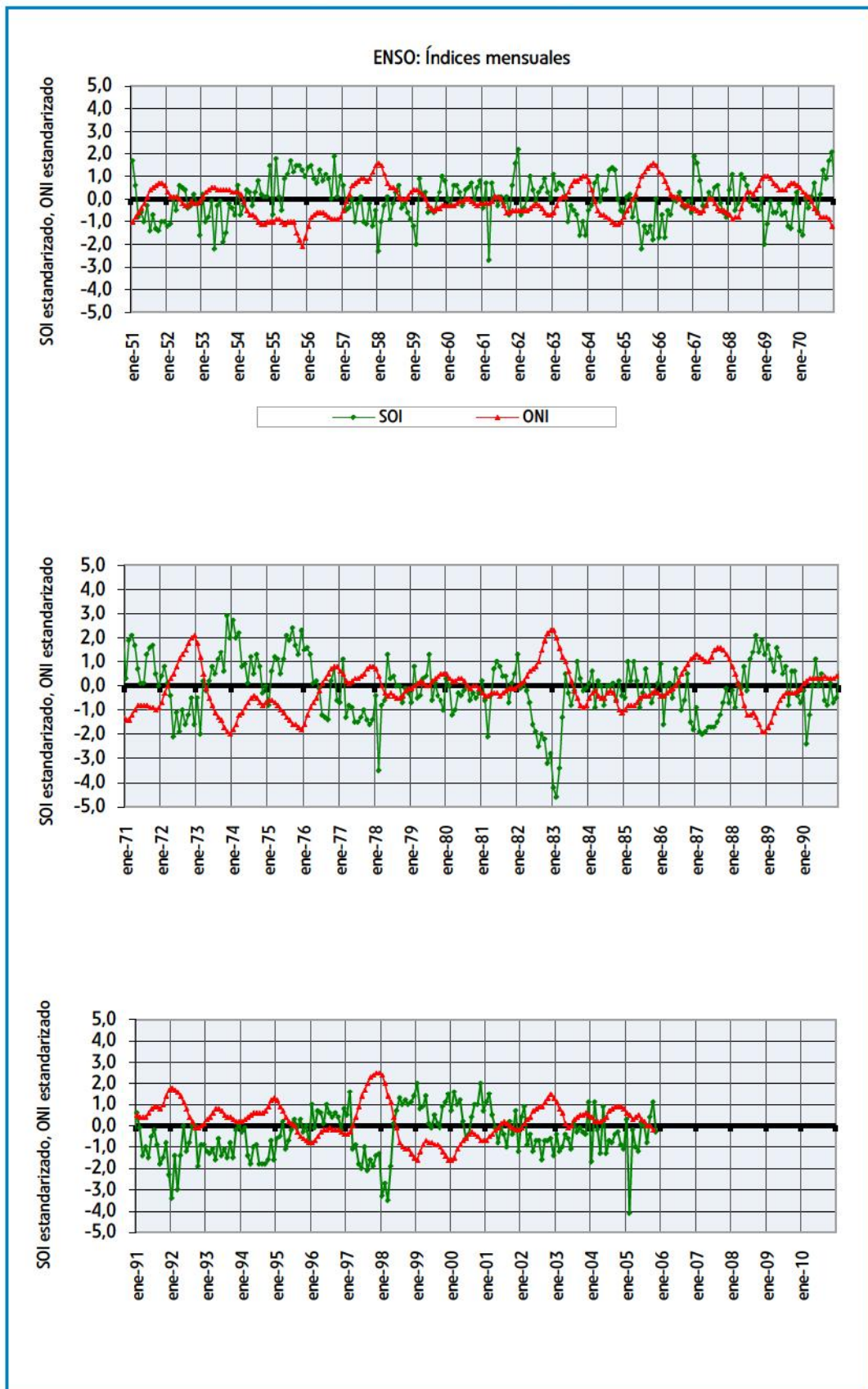


Figura 16. Autocorrelograma, SOI mensual

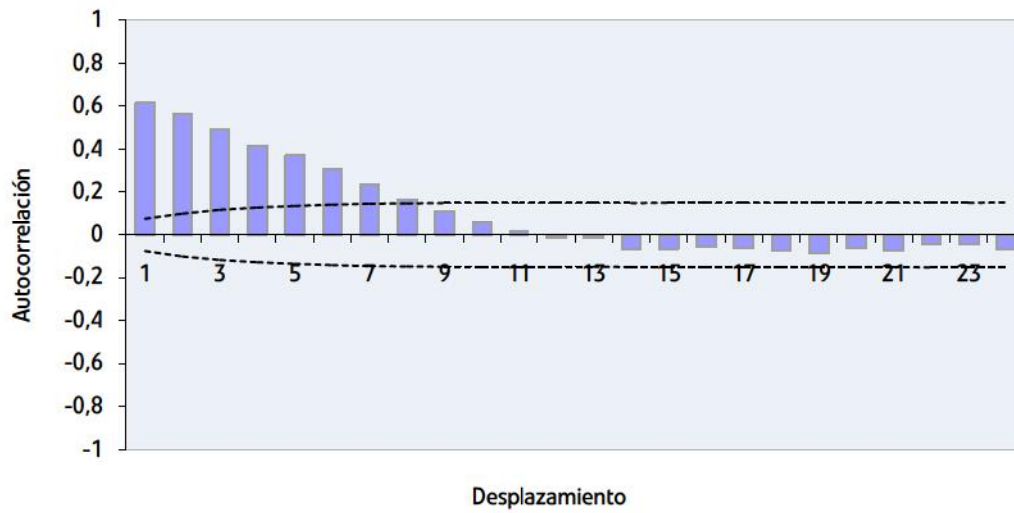


Figura 17. Autocorrelograma parcial, SOI mensual

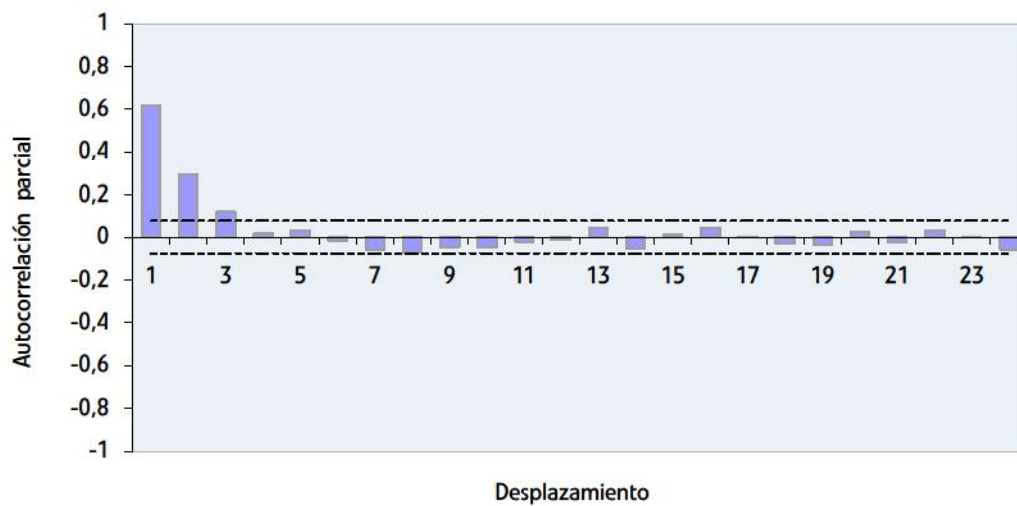


Tabla 31. Correlación de las series de SOI mensual de un mes, con las del mes anterior

Mes	r	n	t	p
Enero	<b>0,571</b>	54	5,015	0,000
Febrero	<b>0,545</b>	55	4,738	0,000
Marzo	<b>0,494</b>	55	4,134	0,000
Abril	<b>0,676</b>	55	6,684	0,000
Mayo	<b>0,394</b>	55	3,118	0,003
Junio	<b>0,530</b>	55	4,550	0,000
Julio	<b>0,753</b>	55	8,327	0,000
Agosto	<b>0,715</b>	55	7,448	0,000
Septiembre	<b>0,847</b>	55	11,617	0,000
Octubre	<b>0,772</b>	55	8,832	0,000
Noviembre	<b>0,650</b>	55	6,232	0,000
Diciembre	<b>0,760</b>	54	8,437	0,000

Resaltados los valores de r significativos al 5 por ciento

**Tabla 32. Correlación de las series de SOI trimestrales, con SOI trimestral del trimestre anterior, por trimestres**

Trimestre	r	n	t	p
EFM	<b>0,830</b>	54	10,73	0,000
AMJ	<b>0,370</b>	55	2,90	0,005
JAS	<b>0,760</b>	55	8,53	0,000
OND	<b>0,799</b>	54	9,60	0,000

Resaltados los valores de  $r$  significativos al 5 por ciento

### 6.2.2.2. Correspondencia con la precipitación

La investigación se ha realizado en el nivel trimestral, dado que el nivel mensual queda claramente por debajo de la escala temporal de las variaciones del fenómeno. Se han investigado las correlaciones existentes entre los valores de *SOI* trimestral y los valores de precipitación trimestral en Retiro, correspondientes a los trimestres +0 (sincrónico con el dato *SOI*), +1 (siguiente al del dato *SOI*), +2, ..., hasta +8.

Los resultados, expresados como coeficiente de correlación, e indicando si estos resultan significativos, se recogen en la tabla 33.

**Tabla 33. Coeficientes de correlación entre el SOI trimestral y la precipitación trimestral en Retiro.**  
El alcance es el número de trimestres en que el dato de *P* es posterior al dato de *SOI*

Alcances	Datos	Trimestre dato SOI			
		EFM	AMJ	JAS	OND
+0	Trimestre P	EFM	<b>AMJ</b>	<b>JAS</b>	OND
	$r$	0,241	<b>0,276</b>	<b>-0,366</b>	-0,229
+1	Trimestre P	AMJ	JAS	<b>OND</b>	EFM
	$r$	0,029	-0,176	<b>-0,338</b>	0,192
+2	Trimestre P	JAS	OND	EFM	AMJ
	$r$	0,010	-0,264	0,173	0,083
+3	Trimestre P	OND	<b>EFM</b>	AMJ	JAS
	$r$	0,136	<b>0,288</b>	0,015	0,170
+4	Trimestre P	EFM	AMJ	<b>JAS</b>	OND
	$r$	0,090	-0,200	<b>0,387</b>	0,215
+5	Trimestre P	AMJ	<b>JAS</b>	OND	EFM
	$r$	-0,144	<b>0,350</b>	0,194	0,192
+6	Trimestre P	JAS	OND	EFM	AMJ
	$r$	0,173	0,224	-0,030	-0,061
+7	Trimestre P	OND	EFM	AMJ	JAS
	$r$	0,060	0,103	-0,095	0,143
+8	Trimestre P	EFM	AMJ	JAS	OND
	$r$	0,214	-0,074	0,115	0,051

Resaltados los valores de  $r$  significativos al 5 por ciento

De los datos de la tabla 33 se deduce que:

- La precipitación de otoño (OND) presenta correlación significativa con el *SOI* del trimestre anterior. La correlación es de signo negativo y bastante débil, pero en principio, podría indicar que el *SOI* de verano es un predictor útil para la precipitación de otoño.

- b) La precipitación de invierno (EFM) sólo presenta correlación significativa con el *SOI* de primavera (AM) del año anterior. Aunque significativa, es una correlación demasiado débil como para considerarla útil, más aún cuando no se dispone de una explicación causa–efecto que la avale.
- c) La precipitación de primavera (AM) sólo presenta correlación significativa con el dato *SOI* sincrónico. El hecho de no haber anticipación, junto con la debilidad de la correlación hacen inviable su aplicación con fines predictivos.
- d) La precipitación de verano (JAS) presenta correlación negativa con el *SOI* sincrónico y positiva con el *SOI* de verano del año anterior. Ambos datos de *SOI* no están correlacionados, por lo que ambas correlaciones pueden considerarse independientes. También, hay correlación negativa con el *SOI* de la primavera del año anterior, si bien esta no puede considerarse independiente (*SOI* de primavera y de verano están altamente correlacionados). Puesto que la predicción de precipitaciones estivales tiene un interés muy limitado, no se explorarán las posibilidades predictivas de estas correlaciones.

Según lo dicho, sólo se detectan posibilidades en el *SOI* de verano, en relación con la precipitación de otoño. Dado que la división trimestral para los valores de *SOI* es arbitraria, se ha ensayado la correlación de la precipitación de otoño con valores de *SOI* correspondientes a periodos de varios meses alrededor del trimestre de verano. Las correlaciones significativas detectadas entre *P* de otoño y *SOI* mensual, para meses anteriores a otoño son las que se recogen en la tabla 34.

**Tabla 34. Correlación de *SOI* mensual - *P* OND**

Mes	<i>r</i>
Mayo	-0,312
Junio	-0,404
Julio	-0,304
Agosto	-0,337
Septiembre	-0,291

Así pues, los 5 meses anteriores a octubre pueden participar en un potencial predictor para la precipitación de otoño.

Se han ensayado varios promedios de *SOI* mensuales buscando mejorar la correlación, habiéndose hallado un máximo de *r* de -0,409 para el promedio de mayo, junio y agosto. Este coeficiente de correlación es sólo ligeramente mayor que el que proporciona el *SOI* de junio. Teniendo en cuenta que los *SOI* mensuales de meses contiguos están altamente correlacionados entre sí, no se pueden esperar valores significativamente mayores para variables derivadas a partir de los *SOI* estivales. Por tanto, no se pueden esperar varianzas explicadas para *P* OND mucho mayores del 15 por ciento para predicciones basadas en el *SOI* estival.

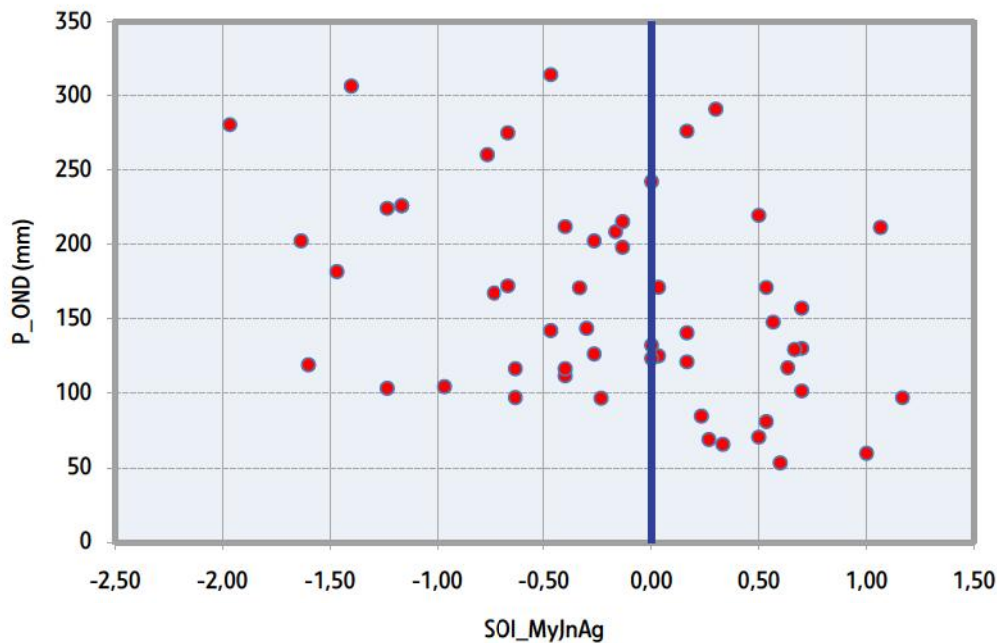
Se ha ensayado también la tabla de contingencia de terciles entre *SOI* estival y *P* de otoño (tabla 35). Se ha utilizado la variable *SOI* promedio de mayo, junio y agosto que, aunque artificiosa, es la que proporciona el mejor coeficiente de correlación *r*. La tabla 35 muestra la tendencia, más o menos clara, en coincidir los otoños secos, con los *SOI* estivales altos; y los otoños lluviosos, con los *SOI* estivales bajos. Con todo, el valor de significación es de 0,055, por lo que no puede ser considerada significativa al 5 por ciento, aunque queda muy próxima a este umbral de significación.

**Tabla 35. Contingencia entre terciles de *SOI* estival y precipitación de otoño**

	<i>SOI</i> -Alto	<i>SOI</i> -Medio	<i>SOI</i> -Bajo	Total
<i>P</i> – Lluvioso	3	6	9	18
<i>P</i> – Normal	5	9	4	18
<i>P</i> – Seco	10	4	4	18
Total	18	19	17	54

La capacidad predictiva del *SOI* estival para la precipitación de otoño puede evaluarse de visu en el gráfico de la figura 18, en el que se representa la precipitación de otoño contra la variable *SOI* promedio de mayo, junio y agosto.

Figura 18. Capacidad predictiva de *SOI* estival para precipitación de otoño



### 6.2.3. Datos ONI

#### 6.2.3.1. Análisis de la serie

Los valores mensuales de *ONI* (*Oceanic Niño Index*) son las medias trimestrales de la anomalía de temperatura superficial del agua de mar (*SST*) en la región del Océano Pacífico, conocida como El Niño 3.4 (franja sobre el Océano Pacífico, comprendida entre los paralelos 5°N y 5°S y los meridianos 120°W y 170°W). Se entiende por anomalía la diferencia con el valor medio de un periodo de referencia.

Como se ha dicho, el dato, aunque mensual, se refiere a un trimestre móvil y no está disponible hasta el final de dicho trimestre móvil. Por ejemplo, el dato de enero no está disponible hasta final de febrero.

Se trata de una serie de comportamiento más parsimonioso que la de *SOI* mensual y claramente correlacionada negativamente con ella, (ver figura 15), la gráfica de dicha figura muestra el aspecto de la serie temporal de valores de *ONI* junto con la serie de valores de *SOI* mensual.

El comportamiento más parsimonioso cabe atribuirlo a que el valor mensual es, en realidad, un promedio trimestral móvil. La correlación negativa con *SOI* se traduce en un coeficiente de correlación claramente significativo de  $r = -0,737$ . El grado de correlación entre ambas variables es prácticamente independiente del mes que se considere y aumenta apreciablemente (ver tabla 36) si se toman para *SOI* los promedios trimestrales.



**Tabla 36. Correlación de ONI de un mes con SOI trimestral sincrónico**

Trimestre	EFM	AMJ	JAS	OND
Mes ONI	Febrero	Mayo	Agosto	Noviembre
r	-0,880	-0,813	-0,868	-0,851
n	55	55	55	55
t	-13,51	-11,64	-11,00	-10,16
p	0,000	0,000	0,000	0,000

Resaltados los valores de r significativos al 5 por ciento

Dada la correlación entre *ONI* y *SOI* es esperable un comportamiento similar para esta variable. En efecto, la serie presenta fuerte autocorrelación y no se aprecian comportamientos estacionales o ciclos interanuales claros.

El coeficiente de autocorrelación de orden 1 es de 0,969. Esta fortísima autocorrelación se debe en parte al hecho de que los datos mensuales se refieren, cada uno, a un trimestre, el cual se solapa con el dato anterior y con el posterior. Para eliminar este efecto se ha estudiado la serie de *ONI* trimestral, construida extrayendo de la serie mensual los datos correspondientes a los meses de febrero, mayo, agosto y noviembre, que representan los trimestres EFM, AMJ, JAS y OND, respectivamente.

En este caso, el coeficiente de autocorrelación de orden 1 es de 0,802, aun significativamente mayor que para la serie *SOI* mensual (0,618) o *SOI* trimestral (0,667). La mayor inercia natural de la variable temperatura superficial del océano, en relación con la variable presión atmosférica puede explicar el mayor grado de parsimonia de la serie de *ONI*.

Los gráficos de las figuras 19 y 20 muestran los autocorrelogramas general y parcial de la serie de *ONI* trimestral. Se comprueba que no existen autocorrelaciones distintas de las atribuibles a los desplazamientos 1 y 2; la primera positiva y la segunda negativa. En el tratamiento clásico de series temporales el modelo se identifica como ARIMA (2,0,0). Se ha ajustado este modelo, obteniéndose los parámetros que se muestran en la tabla 37. El modelo ARIMA (2,0,0) obtenido explica un 74 por ciento de la varianza de la serie.

La autocorrelación entre trimestres varía de unos a otros, según se aprecia en la tabla 38. El *ONI* otoñal está casi completamente determinado (en un 90 %) por el *ONI* estival (es decir, la anomalía estival tiende a persistir en otoño) y el *ONI* invernal lo está en un 85 por ciento por el *ONI* otoñal. Para los otros dos trimestres, la correlación no es tan alta, pero sigue siendo apreciable (coeficiente de determinación entre 40 y 50 %).

**Tabla 37. Parámetros del modelo ARIMA (2,0,0) de la serie ONI trimestral**

Parámetro	Valor	Desviación típica	Límites de confianza 95%	
			Inferior	Superior
AR(1)	1,223	0,057	1,110	1,335
AR(2)	-0,514	0,058	-0,627	-0,401

**Tabla 38. Correlación de ONI trimestral con ONI trimestral del trimestre anterior, por trimestres**

Trimestre	r	n	t	p
EFM	0,922	55	17,36	0,000
AMJ	0,660	56	6,460	0,000
JAS	0,717	56	7,566	0,000
OND	0,950	55	22,13	0,000

Resaltados los valores de r significativos al 5 por ciento

Figura 19. Autocorrelograma de ONI trimestral

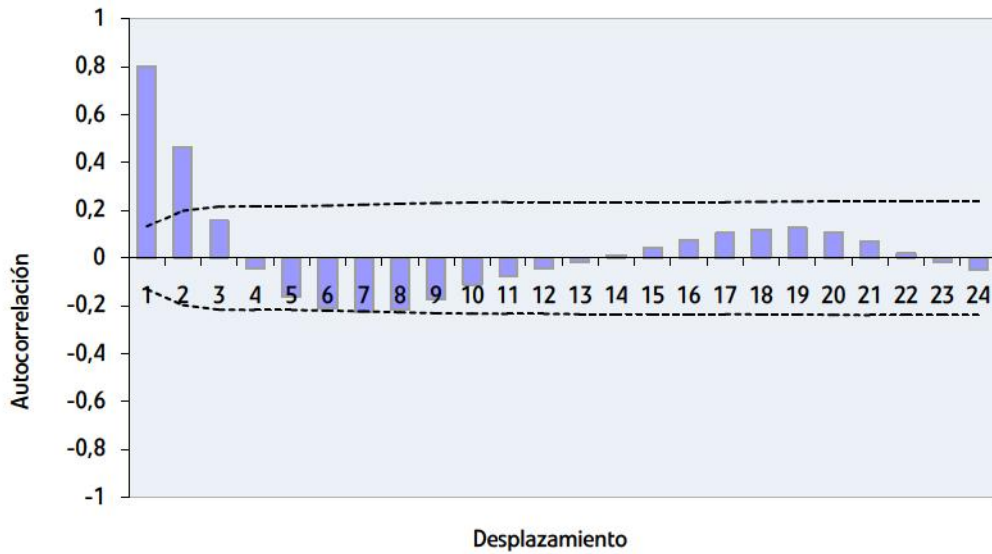
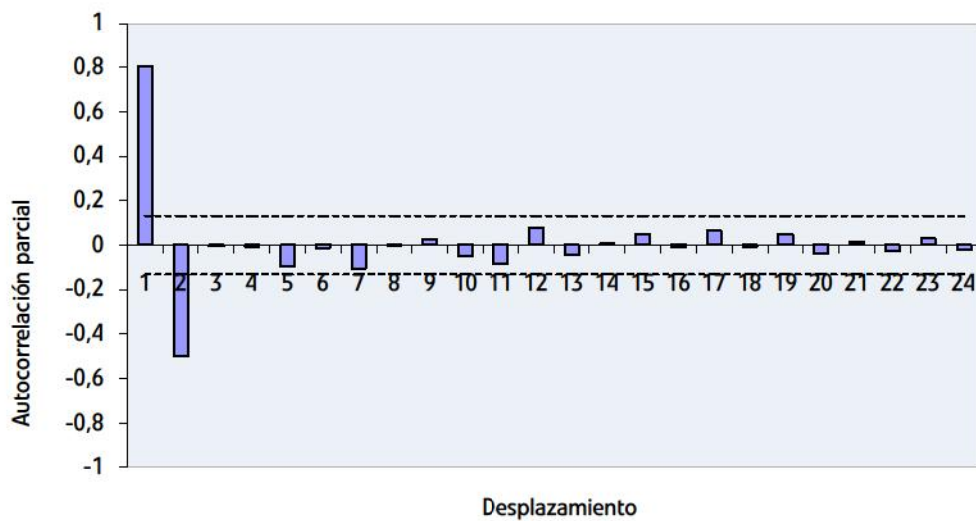


Figura 20. Autocorrelograma parcial de ONI trimestral



### 6.2.3.2. Correspondencia con la precipitación

Dada la clara correlación entre *ONI* y *SOI*, no se puede esperar de esta variable una capacidad predictiva mucho mayor que la de *SOI*. Con todo, y dado que tiene un comportamiento menos errático, no es descartable que pueda proporcionar algo más de información.

El tipo de análisis que se ha realizado es comparable al de la variable *SOI* y se basa en identificar correlaciones estadísticamente significativas entre *ONI* y la precipitación trimestral sincrónica o de los trimestres siguientes. Las correlaciones significativas encontradas se presentan en la tabla 39.

**Tabla 39. Correlaciones significativas entre P trimestral (Retiro) y ONI mensual sincrónico o anterior**

ONI año + 0	Correlación con P	r	p
Marzo (FMA)	JAS año+1	-0,291	0,033
Abril (MAM)	EFM año+1	-0,367	0,006
	JAS año+1	-0,335	0,013
Mayo (AMJ)	EFM año+1	-0,353	0,009
	JAS año+1	-0,319	0,019
Junio (MJJ)	EFM año+1	-0,278	0,042
	OND año+0	0,298	0,027
Julio (JJA)	OND año+0	0,419	0,001
Agosto (JAS)	JAS año+0	0,312	0,021
	OND año+0	0,451	0,001

Como se observa en los datos de la tabla, las correlaciones son débiles en general. El número total de correlaciones significativas detectadas es de diez, pero en realidad, no se trata de correlaciones independientes ya que la altísima correlación entre datos *ONI* contiguos obliga a computar como una sola, por ejemplo, las tres correlaciones entre la precipitación estival (JAS) de un año (año+1) y, respectivamente, el dato *ONI* de marzo, abril y mayo del año anterior (año+0). Así pues, el número total de correlaciones significativas independientes detectadas puede reducirse a cuatro (se selecciona en cada grupo la que presenta mayor valor de r).

Así tendríamos:

- JAS año+1 a partir de *ONI* de abril ( $r = -0,335$ )
- EFM año+1 a partir de *ONI* de abril ( $r = -0,367$ )
- OND año+0 a partir de *ONI* de agosto ( $r = 0,451$ )
- JAS año+0 a partir de *ONI* agosto ( $r = 0,312$ )

De estas cuatro correlaciones, (d) es poco útil. Por una parte no hay anticipación entre el dato *ONI* y el periodo de precipitación sobre el que informa, lo cual obligaría a trabajar con predicciones de *ONI*, con la consiguiente pérdida de precisión en una relación ya de por sí muy débil. Por otra, la predicción de precipitaciones estivales tiene un interés muy limitado para la predicción de aportaciones.

Las correlaciones (a) y (b), además de ser muy débiles, se refieren a variables separadas en el tiempo varios cuatrimestres. Sin el apoyo de un mecanismo causa-efecto conocido parece demasiado aventurado tratar de aprovechar tales correlaciones para fines predictivos.

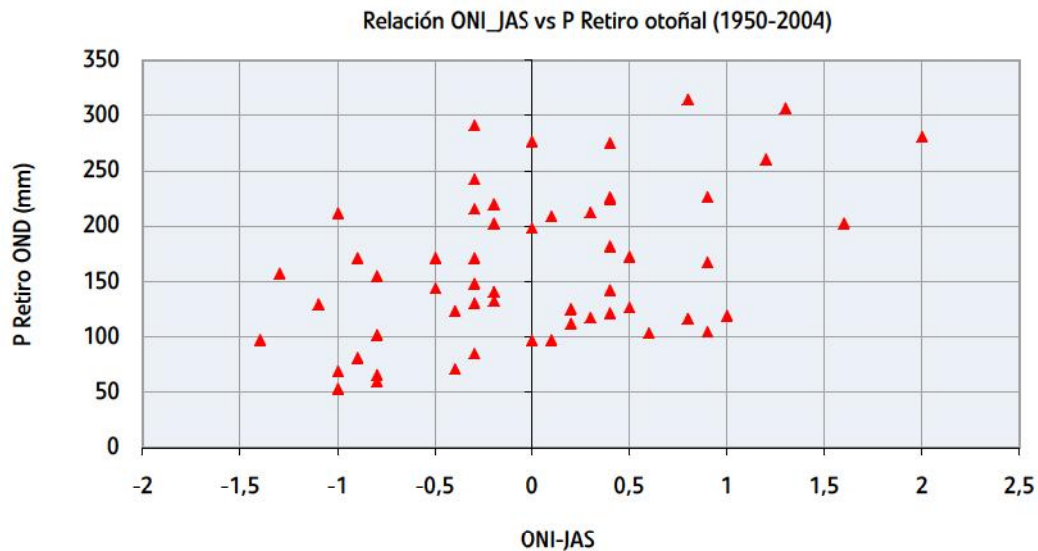
Así pues, la única relación con posibilidades para su aplicación a la predicción de precipitaciones es la existente entre el dato *ONI* de agosto (es decir, la correspondiente al trimestre JAS) y la precipitación de otoño (OND). En este sentido, nos encontramos en una situación similar a la identificada en el estudio del índice *SOI*, presentada en el epígrafe 6.2.2, aunque en este caso la correlación es algo mayor ( $r = 0,451$ , frente a  $-0,409$  con *SOI*).

Se ha comprobado que el valor de *ONI* de agosto se correlaciona positivamente con las precipitaciones de octubre y noviembre, pero no con las de diciembre. De hecho, la correlación con la precipitación del bimestre octubre – noviembre es sensiblemente mejor ( $r = 0,521$ ).

El gráfico de la figura 21 presenta la relación entre *ONI* de agosto y la precipitación otoñal en Retiro. La relación positiva es laxa pero apreciable en el gráfico. Se ha elaborado también la correspondiente tabla de contingencia entre terciles para los pares (*ONI* agosto, *P* otoño) con el resultado que se muestra en la tabla 40. La tabla no es equilibrada; por ejemplo, de 19 otoños lluviosos, sólo uno coincide con un dato de *ONI* en el tercil bajo. Sin embargo, el nivel de significación  $\chi^2$  de la tabla es de 0,085, insuficiente para considerar característicos estos desequilibrios.

Tabla 40. Tabla de contingencia entre terciles de *SOI* estival y precipitación de otoño

	ONI - alto	ONI - medio	ONI - bajo	Total
P – lluvioso	9	9	1	19
P – normal	5	6	7	18
P – seco	5	5	8	18
Total	19	20	16	55

Figura 21. *ONI* de agosto y precipitación de otoño en Retiro

Se está en una situación similar a la que se tiene en relación con el *SOI*, el valor de *ONI* para el trimestre de verano (JAS), que teóricamente puede obtenerse a primeros de octubre, puede proporcionar información sobre la tendencia de las precipitaciones de otoño, si bien esta información es bastante laxa.

#### 6.2.4. Conclusiones

Las relaciones estadísticas identificadas indican que debe de existir cierta relación entre el estado del fenómeno *ENSO* (*El Niño Southern Oscillation*) en verano y los procesos atmosféricos que conducen a la formación de aguaceros en el centro de la Península Ibérica en otoño. Estas relaciones se perciben de forma laxa pero estadísticamente significativa como correlaciones entre los índices de *ENSO* ensayados (*SOI* y *ONI*) y la precipitación de otoño en Retiro.

El valor del índice *ONI* en agosto (dato para el trimestre JAS) explica alrededor del 25% de la variabilidad de la cantidad de precipitación acumulada en Retiro durante el bimestre de octubre-noviembre ( $r = 0,521$ ).

No se han detectado otras relaciones prometedoras entre los índices de *ENSO* y las precipitaciones en Retiro.

**Existen relaciones estadísticamente significativas entre la evolución del fenómeno *ENSO* y las precipitaciones registradas en la estación de Retiro. Sin embargo, son relaciones débiles y no se dispone de una explicación clara para el mecanismo que las gobierna. Por estos motivos, no se ha ensayado su aplicación al pronóstico hidrológico de Canal de Isabel II en esta investigación.**

## 6.3. Predicción basada en NAO

### 6.3.1. Planteamiento y fuentes de datos

*NAO (North Atlantic Oscillation)* se refiere a la oscilación en el reparto de la masa atmosférica entre el Ártico y el Atlántico subtropical en el Hemisferio Norte. Su fase "positiva" se caracteriza por presiones anormalmente bajas en el Ártico, en contraste con presiones anormalmente altas en las latitudes medias del Atlántico produciendo un gradiente N-S de presión atmosférica mayor que lo normal, al tiempo que una extensión mayor de la influencia de las altas presiones en las latitudes medias. Así pues, *NAO* determina la actividad asociada a la formación de temporales del oeste: el número de borrascas, su profundidad, el nivel latitudinal de su recorrido, etc. Actualmente se admite que *NAO* determina, en buena medida, las condiciones meteorológicas invernales en Europa.

El estado de *NAO* y su evolución temporal se suele evaluar mediante índices simplificados, sin que exista uno universalmente aceptado. Cabe distinguir 2 tipos de índices *NAO* (o *NAOI*):

#### a) Índices basados en observatorios

Suelen consistir en la diferencia de anomalía estandarizada de presión atmosférica al nivel del mar (*SLP*) entre dos puntos del Atlántico, uno en el extremo septentrional y otro en latitudes medias.

#### b) Índices integrados

Basados en datos de *SLP* distribuidos sobre malla en una región del Atlántico. Por la extensión superficial de los datos empleados proporcionan una visión más integrada del fenómeno. Como contrapartida, sus históricos no se remontan tanto en el pasado, dado que utilizan datos que llevan menos tiempo disponibles. Se apoyan en técnicas estadísticas más o menos sofisticadas (componentes principales) para integrar los datos.

En la página web de Jim Hurrell (*NCAR / Climate and Global Dynamics Division*) se encuentra una recopilación amplia de las series históricas de diversos índices de *NAO*: <http://www.cgd.ucar.edu/cas/jhurrell/indices.html>.

También el sitio web del U.S. Climate Prediction Center de NOAA publica un histórico de índice *NAO* de tipo integrado: [http://www.cpc.ncep.noaa.gov/products/precip/CWlink/pna/nao\\_index.html](http://www.cpc.ncep.noaa.gov/products/precip/CWlink/pna/nao_index.html).

Por otra parte, la Climatic Research Unit de la Universidad de East Anglia publica una recopilación de un índice *NAO* basado en la diferencia de *SLP* entre Islandia y Gibraltar, con actualizaciones periódicas: <http://www.cru.uea.ac.uk/cru/data/nao.htm>.

## 6.3.2. Comportamiento general de las series de índices NAO

### 6.3.2.1. Nivel mensual

Las series de algunos *NAOI* basados en observatorio se extienden hacia el pasado hasta mediados del siglo XIX. Uno de los índices de este tipo más utilizados es el basado en la diferencia normalizada de las anomalías de *SLP* entre Ponta Delgada, Azores y Stykkisholmur/Reykjavik, en Islandia.

La página web de Jim Hurrell citada en el epígrafe 6.3.1 recoge la serie de valores mensuales de este índice desde enero de 1865 hasta marzo de 2003, nombrada como "*Monthly Station Based NAO Index*".

Un índice de tipo integrado con resolución mensual puede encontrarse en la página web de NOAA citada en el epígrafe 6.3.1. El histórico comprende el periodo de 1950 a 2005.

El análisis de las series mensuales revela que apenas tienen autocorrelación en ese nivel ni presentan ninguna tendencia significativa a lo largo del periodo de datos. Como se puede apreciar en el gráfico de la figura 22, ambas series evolucionan correlacionadas entre sí pero de forma aparentemente errática, sin ciclos estacionales o interanuales claros. La correlación entre ambas series, por meses, es significativa y positiva aunque varía de unos meses a otros, como se aprecia en la tabla 41.

**Tabla 41. Correlación entre las series de *NAOI* mensual *SB\_NAOI* de Jim Hurrell y *NAOI* integrado de CPC**

Mes	r	n	t	p
Enero	0,915	54	16.396	0.000
Febrero	0,923	54	17.332	0.000
Marzo	0,864	54	12.385	0.000
Abril	0,686	53	6.731	0.000
Mayo	0,667	53	6.386	0.000
Junio	0,701	53	7.024	0.000
Julio	0,423	53	3.333	0.002
Agosto	0,437	53	3.468	0.001
Septiembre	0,504	53	4.163	0.000
Octubre	0,681	53	6.645	0.000
Noviembre	0,748	53	8.061	0.000
Diciembre	0,818	53	10.156	0.000

### 6.3.2.2. Nivel trimestral

De la página web de Jim Hurrell (citada en el epígrafe 6.3.1) se ha tomado la serie de valores trimestrales del índice nombrado como "*Seasonal Station Based NAO Index*". Se trata de la versión trimestral del índice basado en la diferencia normalizada de las anomalías de *SLP* entre Ponta Delgada (Azores) y Stykkisholmur/Reykjavik (Islandia), equivalente al analizado a nivel mensual. El periodo de datos comprende desde enero de 1865 hasta marzo de 2003, con datos mensuales referidos a trimestre móvil.

La serie de *NAOI* trimestral presenta cierta autocorrelación, que debe atribuirse al hecho de que los trimestres móviles se solapan, y no presenta ninguna tendencia significativa.

El gráfico de la figura 23 recoge la serie de este índice desde el año 1950. También se presenta, para su comparación, la serie trimestral del índice *ONI* de *ENSO* con la que, según se aprecia, no parece guardar relación. Esta ausencia de relación se confirma por la ausencia de correlación entre ambas series (como puede verse en la tabla 42).

**Tabla 42. Coeficiente de correlación entre series *ONI* y *NAOI* trimestral, diversos desplazamientos**

Trimestre <i>NAO</i>	Trimestre <i>ONI</i>	r
T+0	T+6	-0,025
T+0	T+5	-0,041
T+0	T+4	-0,052
T+0	T+3	-0,057
T+0	T+2	-0,056
T+0	T+1	-0,057
T+0	T+0	-0,059
T+0	T-1	-0,058
T+0	T-2	-0,055
T+0	T-3	-0,051
T+0	T-4	-0,049
T+0	T-5	-0,044
T+0	T-6	-0,033

Figura 22. NAOI mensual

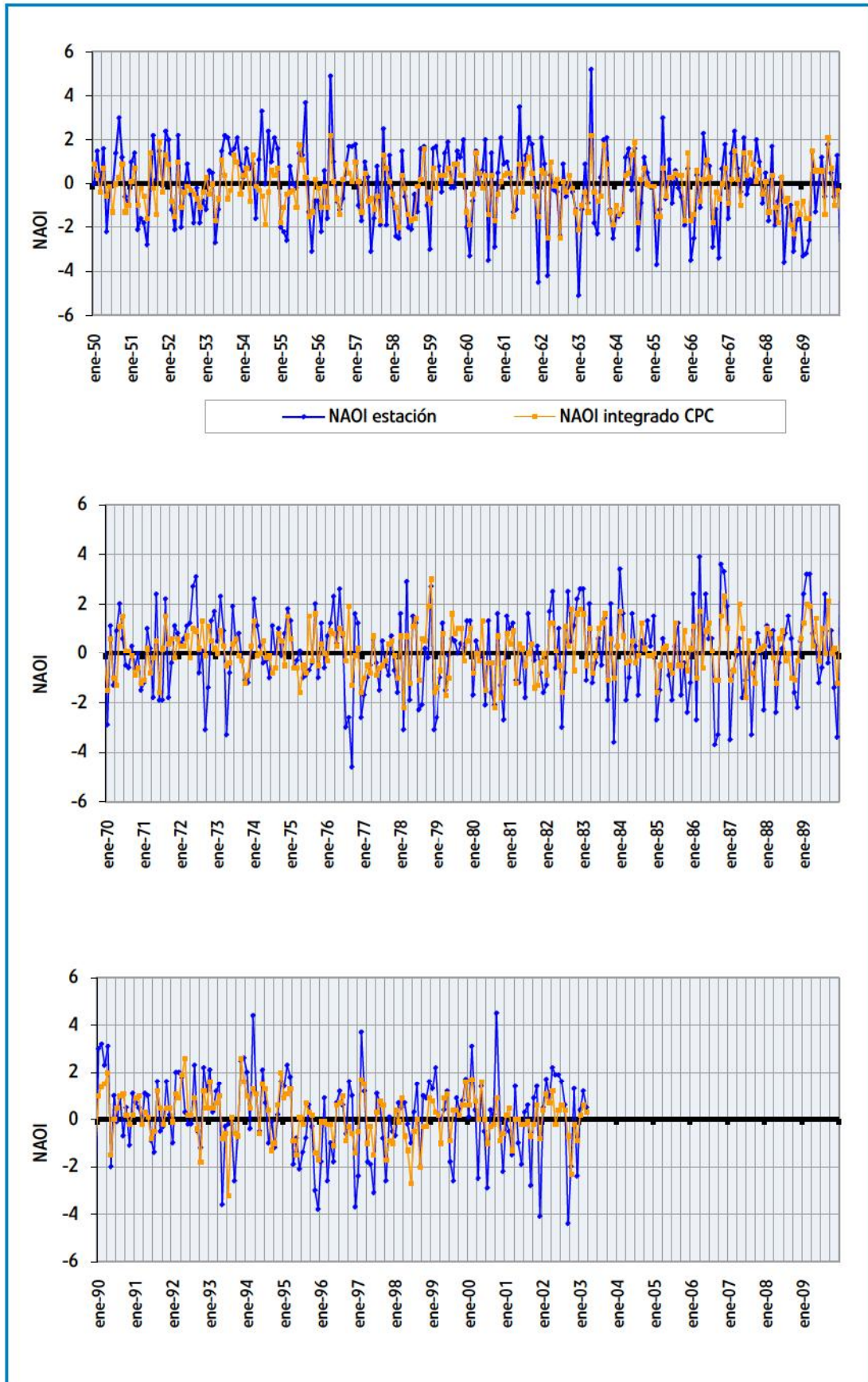
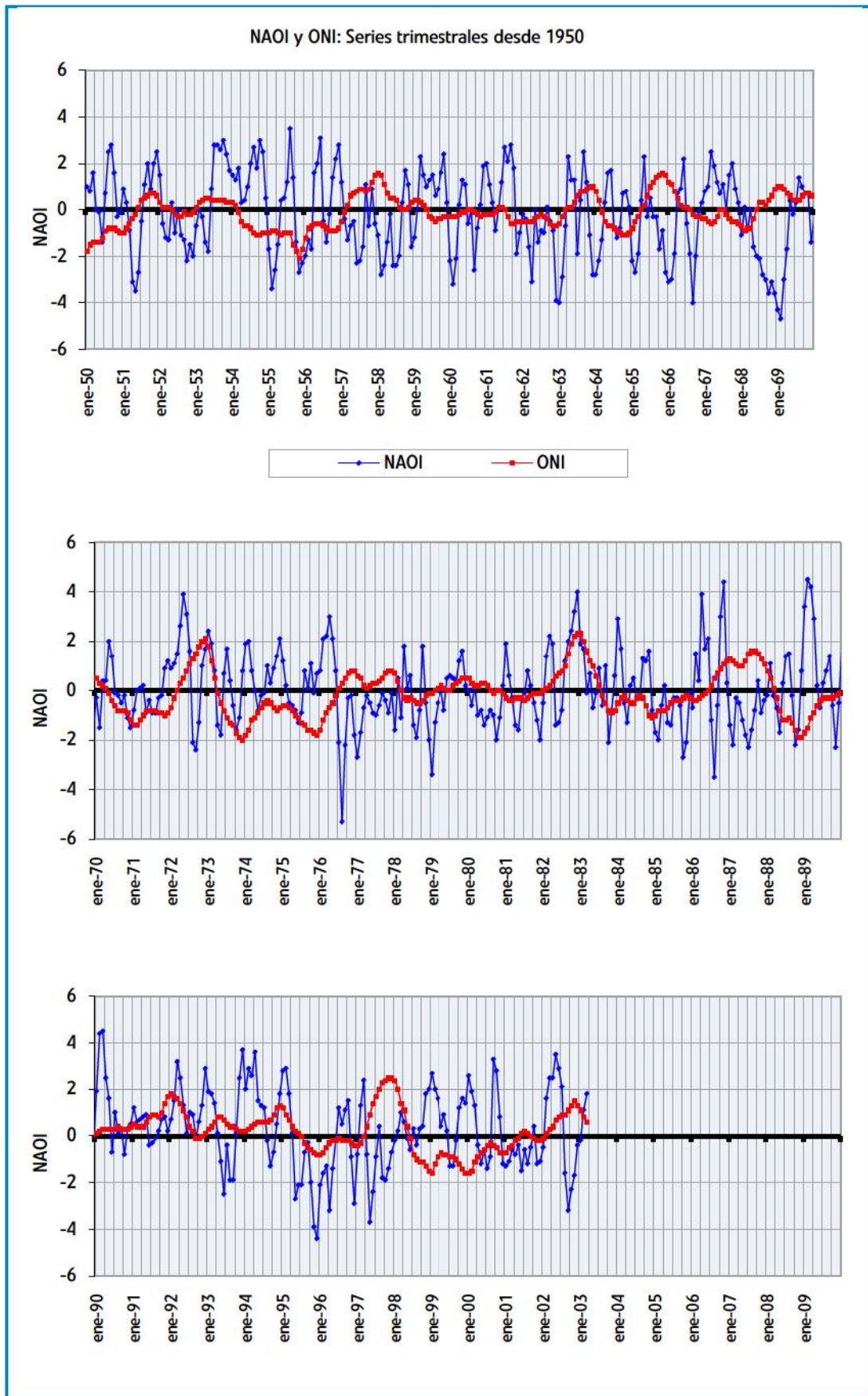


Figura 23. NAOI y ONI trimestrales





### 6.3.2.3. Series de *NAOI* de invierno

Como se ha adelantado, la relación entre *NAO* y condiciones meteorológicas en Europa es relevante sobre todo en invierno. Por este motivo se han desarrollado índices específicos para el *NAO* de invierno, cuyas series constan de un único dato anual. En la web de Jim Hurrell (citada en 6.3.1) se encuentran los siguientes:

a) **Winter (Dec-Mar) Station Based *NAO* Index (en adelante DJFM SB *NAOI*)**

Se basa en la diferencia de anomalías de *SLP* normalizadas entre Lisboa (Portugal) y Stykkisholmur/Reykjavik (Islandia), promediada para el periodo diciembre-marzo. Se actualiza regularmente y tiene datos desde el año 1864 (el año del dato se refiere al año de enero).

b) **DJF PC Based *NAO* Index (en adelante DJF PCB *NAOI*)**

Se trata de un índice integrado basado en las anomalías de *SLP* en el sector atlántico (latitud entre 20°N y 80°N, longitud entre 90°W y 40°E), y referido al trimestre diciembre-febrero. Se actualiza regularmente y tiene datos desde el año 1899.

También se dispone de los datos trimestrales del *Seasonal Station Based *NAOI** del que se tomarán las series correspondientes a trimestres "invernales": diciembre-febrero (DJF SB *NAOI*); enero-marzo (JFM SB *NAOI*). Estas tres series mantienen un alto grado de correlación entre ellas ( $r$  en el entorno de 0,85).

Por último, se ha analizado la serie de *NAOI* diciembre-febrero (promedio de los tres datos mensuales), de la Climatic Research Unit de la Universidad de East Anglia.

### 6.3.3. Relación con precipitaciones

En el nivel mensual se han explorado las correlaciones entre *NAOI* y la precipitación del mes sincrónico y posteriores. Se comprueba que no existen correlaciones significativas más allá del mes M+1 (el mes posterior al dato *NAOI*) y que las únicas que pueden considerarse relevantes son las correspondientes al mes M+0 (sincrónico). La correlación *NAOI* mensual – *P* mensual del mismo mes se detecta en los meses entre octubre y mayo, aunque es claramente más fuerte en diciembre-marzo que en el resto de meses (ver tabla 43).

La correlación es siempre negativa, mayor valor de *NAOI* invernal está asociado a inviernos más secos. Los valores de  $r$  para los meses invernales indican que alrededor de un 30 por ciento de la variabilidad de la precipitación está reflejada en el *NAOI*.

En el nivel trimestral se ha comprobado que de las cuatro precipitaciones trimestrales consideradas, la única claramente relacionada con *NAO* es la invernal (trimestre EFM).

La correlación del *NAOI* de CRU (columna "3" en la tabla 43) para otoño (OND) también es significativa, pero como se verá más adelante no es utilizable, hoy por hoy.

La relación de *P* invernal se produce con los valores de *NAOI* invernales. En la tabla 44 se recopilan los coeficientes de correlación obtenidos de los datos. Los valores del coeficiente de correlación son llamativamente altos e indican que el *NAOI* invernal recoge del orden del 50 por ciento de la variabilidad de la precipitación invernal en el centro de la Península Ibérica. La correlación también es evidente, según se aprecia en el gráfico de la figura 24.

**Tabla 43. Coeficiente de correlación entre las series de NAOI mensual y precipitación mensual sincrónica (Retiro)**

Mes	NAOI mensual		
	Monthly Station Based NAO Index (Hurrell)	NAOI mensual del Climate Prediction Center	NAOI mensual de Climate Research Unit
Enero	-0,549	-0,604	-0,617
Febrero	-0,610	-0,619	-0,585
Marzo	-0,500	-0,526	-0,521
Abril	-0,092	-0,214	-0,199
Mayo	-0,130	0,037	-0,389
Junio	-0,072	-0,047	-0,164
Julio	0,002	0,092	-0,002
Agosto	-0,033	0,207	-0,011
Septiembre	-0,096	0,068	-0,365
Octubre	-0,303	-0,120	-0,564
Noviembre	-0,269	-0,340	-0,430
Diciembre	-0,611	-0,599	-0,622

Resaltados los valores de r significativos al 5 por ciento

**Tabla 44. Coeficiente de correlación entre índices NAOI invernales y precipitación acumulada invernal en Retiro**

Índice	Periodo del dato NAOI	Periodo correlacionado	r
DJF SB NAOI	diciembre-febrero	1901-2003	-0,644
JFM SB NAOI	enero-marzo	1901-2003	-0,692
DJFM SB NAOI	diciembre-marzo	1901-2004	-0,755
DJF PCB NAOI	diciembre-febrero	1901-2004	-0,705
DJF CRU NAOI	diciembre-febrero	1901-2000	-0,628

La tabla de contingencia entre terciles de precipitación invernal en Retiro, y terciles de DJF PCB NAOI se muestra en la tabla 45. La organización de los pares de terciles es evidente, así:

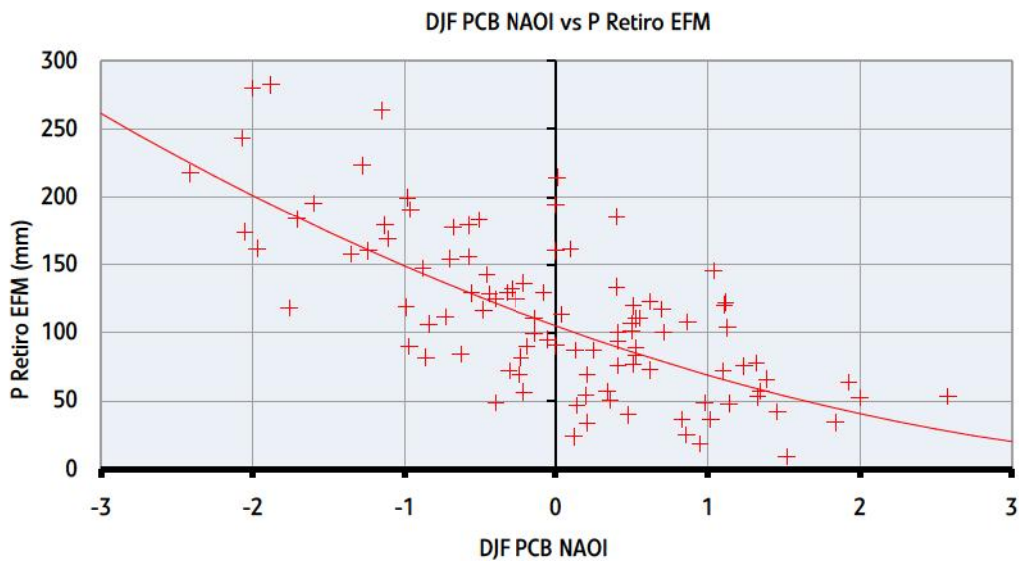
- Los inviernos con *NAOI* bajo:
  - casi nunca son secos (uno de 33, un 3%) y
  - casi siempre son lluviosos (24 de 33, un 73%).
- Los inviernos con *NAOI* alto:
  - casi nunca son lluviosos (uno de 35, un 3%) y
  - la mayor parte de las veces son secos (20 de 35, un 57%).

El nivel de significación estadística de esta tabla de contingencia no deja lugar a dudas:  
( $p < 0,0001$  para la prueba  $\chi^2$ )

**Tabla 45. Tabla de contingencia entre terciles de DJF PCB NAOI y precipitación de invierno (EFM) en Retiro**

	NOI - bajo	NOI - medio	NOI - alto	Total
P – lluvioso	24	10	1	35
P – normal	8	12	14	34
P – seco	1	14	20	35
Total	33	36	35	104

Figura 24. Correlación invernal en Retiro



La correlación negativa entre el estado invernal de *NAO* y la precipitación en el centro de la Península Ibérica puede explicarse por la mayor extensión de la influencia de los centros de altas presiones del Atlántico subtropical asociada a la fase positiva de *NAO* (ver, por ejemplo, WANNER et al., 2001).

#### 6.3.4. Predicción de *NAO* invernal

Como se ha visto, existen relaciones claras entre *NAO* invernal y la precipitación invernal en el centro de la Península. Sin embargo, entre el estado de *NAO* y la precipitación invernal no existe anticipación, son fenómenos más o menos sincrónicos. Con todo, los índices *NAOI* pueden ser objeto de predicción a partir de los modelos numéricos de circulación general. Si se dispone de una predicción de *NAOI*, las relaciones entre *NAOI* y precipitación invernal se pueden emplear para conseguir, indirectamente, una predicción de precipitación.

Desde hace algunos años, el Benfield Hazard Research Centre (BHRC), de la Universidad de Londres, emite en octubre o noviembre un boletín de predicción del *NAO* para el invierno, donde da valores predichos para varios índices acompañados de un valor de precisión ("*skill*") de la predicción. Los boletines de predicción más recientes se pueden consultar en: [http://www.benfieldhrc.org/seasonal/north\\_atlantic.htm](http://www.benfieldhrc.org/seasonal/north_atlantic.htm).

Las predicciones son objeto de verificación a posteriori. En la misma dirección web se pueden consultar los correspondientes boletines de verificación.

Los índices *NAO* predichos en estos boletines se refieren al periodo diciembre-enero y son, según su propia nomenclatura:

- **NAO Index 1**  
*NAOI* recopilado por Climate Research Unit, basado en la diferencia de SLP entre Islandia y Gibraltar, (DJF CRU *NAOI*, en la tabla 44 anterior).
- **NAO Index 2**  
*NAOI* integrado del US Climate Prediction Center.
- **NAO Index 3**  
*NAOI* integrado de Jim Hurrell (DJF PCB *NAOI* en la tabla 44 anterior).

Las predicciones de *NAOI* se expresan en términos probabilísticos de dos formas:

- a) Estimación media y error de predicción (desviación típica).
- b) Probabilidades de los terciles.

De los tres *NAOI* predichos, el que presenta mejor correlación con la precipitación invernal de Retiro es el *NAO Index 3* (ver tabla 44).

La calidad de las predicciones ha sido evaluada por el propio BHRC mediante un "hindcasting" en el periodo 1973-2005. Los boletines de predicción recogen el dato de precisión ("*skill*") expresado en porcentaje de mejora del error cuadrático en la estimación de la media respecto de la predicción climatológica. Los valores de "*skill*" se mueven entre el 30 y el 40 por ciento.

La posibilidad de utilizar la relación entre *NAOI* y precipitación de otoño, detectada sólo en el índice de la *CRU*, está condicionada a la disponibilidad de predicciones para el *NAOI* otoñal. En esta investigación no se ha encontrado ninguna predicción de este tipo.

### 6.3.5. Conclusiones

El régimen pluviométrico invernal en el centro de la Península Ibérica está claramente relacionado con el estado de la oscilación *NAO*.

La correlación es negativa y puede explicarse por la mayor extensión de la influencia de los centros de altas presiones del Atlántico subtropical asociada a la fase positiva de *NAO* (WANNER et al., 2001).

El estado de *NAO* invernal es susceptible de predicción. El Benfield Hazard Rresearch Centre publica predicciones cada año con alrededor de un mes de anticipación. Estas predicciones pueden servir para anticipar cuán lluvioso va a ser el invierno en la zona central de la Península Ibérica.

La calidad de las predicciones de *NAOI* en el estado actual de la ciencia meteorológica es aún limitada, pero se considera suficiente para intentar mejorar la precisión de los pronósticos de aportaciones a medio plazo para las cuencas de los embalses de Canal de Isabel II.

***NAOI* invernal es buen un indicador del nivel pluviométrico invernal en el centro de la Península Ibérica. La disponibilidad de predicciones de este índice permite ensayar su aplicación al pronóstico hidrológico en las cuencas de Canal de Isabel II.**

## 7

## Incorporación de la predicción estacional de precipitaciones

### 7.1. Planteamiento

Como se ha descrito anteriormente (ver capítulo 4), en la aplicación de los modelos de pronóstico de aportaciones mensuales y estacionales se han incluido dos modos de funcionamiento que se han denominado *Caso 1* y *Caso 2*. Estos modos de funcionamiento se refieren a los datos de entrada que se dan por supuestos para elaborar el pronóstico.

En el *Caso 1* se suponen conocidas la aportación del mes anterior, y la precipitación en Retiro del periodo problema.

En el *Caso 2* se supone conocida la aportación del mes anterior, pero no se hace ningún supuesto sobre la precipitación del periodo problema.

A la vista de las posibilidades que ofrece la predicción estacional de *NAOI* invernal, se ha incorporado al modelo de pronóstico de aportaciones invernales un modo de funcionamiento adicional, *Caso 3*, que supone conocidas la aportación del mes anterior y la predicción probabilística de *NAOI*.

Conceptualmente, la implementación parte del razonamiento seguido para la aplicación del modelo en *Caso 2*. La diferencia radica en que para el *Caso 3* los datos históricos de precipitación invernal no se consideran equiprobables, sino que su probabilidad se modifica en función de la predicción del *NAOI*.

### 7.2. Desarrollo

#### 7.2.1. Muestra a priori y muestra condicionada a la predicción de *NAOI*

Para el periodo comprendido entre los años civiles 1901 y 2004 se dispone de registros históricos de precipitación invernal en Retiro ( $P$ ) y valor del índice *NAO* de invierno (*NAOI*). Los 104 inviernos de dicho periodo se pueden considerar una muestra aleatoria de la población de inviernos del centro de la Península Ibérica: cada uno de ellos es un invierno cualquiera y todos ellos se consideran, a priori, equiprobables. En consecuencia, los 104 pares  $(P_k, NAOI_k)$ , para valores de  $k = 1 \dots 104$ , constituyen una muestra de la variable aleatoria conjunta  $\{P, NAOI\}$ . A partir de esta muestra se han identificado las relaciones existentes entre ambas variables, según se ha visto en el epígrafe 6.3.3.

Considerando de forma independiente la variable *NAOI*, la muestra de 104  $NAOI_k$  presenta una media de 0,005 y una desviación típica muestral de 0,999, lo cual es consistente con el hecho de que el *NAOI* es un índice estandarizado, para el que se espera una distribución normal estándar. Por tanto, es razonable suponer para la distribución a priori de la variable *NAOI* que sigue el modelo normal con media 0,005 y desviación típica 0,999. Si tuviéramos que hacer inferencias sobre el valor del *NAOI* para un invierno cualquiera, adoptaríamos esta distribución.

También podemos hacer inferencias sobre otras variables de un invierno cualquiera razonando sobre la muestra de 104 inviernos equiprobables. Por ejemplo, la media de la precipitación invernal se estima en 113,1 milímetros, que es la media muestral de la variable  $P$  (el promedio de los 104 valores de precipitación invernal).

Como se ha indicado en el epígrafe 6.3.4, existen predicciones para  $NAOI$ , las cuales se emiten en forma probabilística. En su versión más completa, la predicción proporciona un valor esperado y un valor para el error estándar de la predicción. Esto es, la predicción asume una distribución normal para el  $NAOI$  predicho y proporciona las correspondientes media y desviación estándar. Si queremos hacer inferencias sobre el valor que tendrá  $NAOI$  el próximo invierno y conocemos su predicción, utilizaremos la distribución predicha en lugar de la distribución a priori.

Por otra parte, si queremos hacer inferencias sobre otras variables para el próximo invierno y tomamos en consideración la correspondiente predicción para el  $NAOI$ , la muestra de 104 inviernos deja de ser representativa. No inferimos sobre un invierno cualquiera puesto que adoptamos para el  $NAOI$  esperado una distribución de probabilidad distinta de la distribución a priori. Así, si se predice un  $NAOI$  alto, los inviernos de la muestra con valores bajos de  $NAOI$  deben considerarse menos representativos: el próximo invierno tiene menos probabilidad de parecerse a ellos.

En definitiva, la consideración de la predicción del  $NAOI$  no permite suponer equiprobables los inviernos de la muestra. Así pues, el efecto de la predicción del  $NAOI$  se puede traducir en una modificación de las probabilidades de los elementos de la muestra para ese invierno en particular. Si se cuantifican estas "probabilidades a posteriori" o "probabilidades condicionadas", se podrán hacer inferencias sobre el próximo invierno ponderando cada elemento de la muestra según su probabilidad a posteriori.

### 7.2.2. Cuantificación de las probabilidades a posteriori

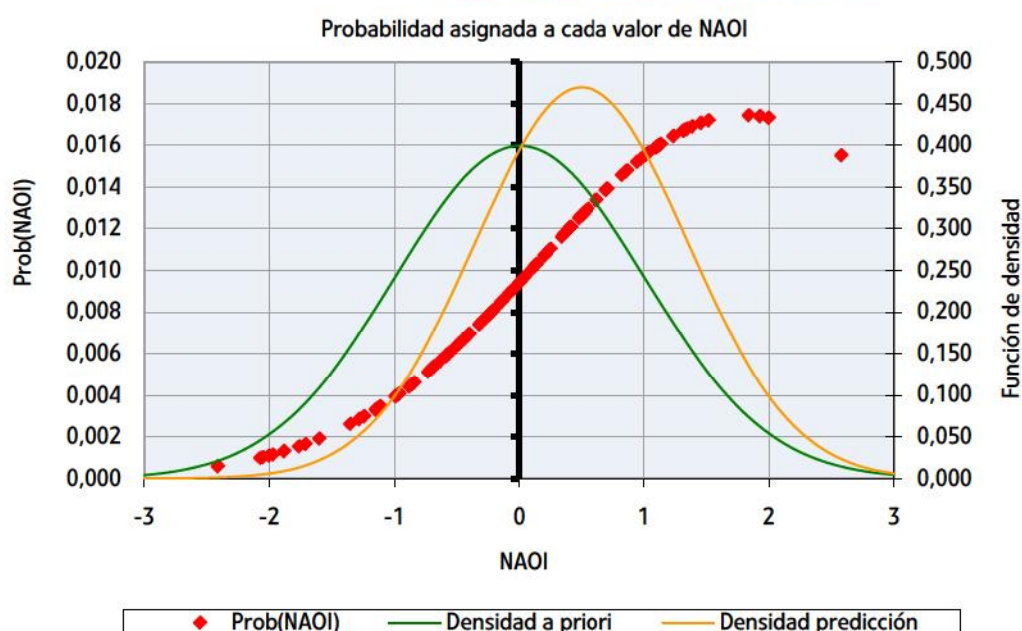
Para determinar el valor de la probabilidad de cada invierno de la muestra condicionada a una predicción para  $NAOI$  se sigue el siguiente razonamiento:

- a) Sea una variable aleatoria  $\xi$  cuya función de densidad,  $f$ , es conocida y considérese un intervalo de  $\xi$  alrededor del valor  $x$  y de amplitud arbitrariamente pequeña  $dx$ .
- b) Es evidente que para una muestra aleatoria simple de extensión indefinida sobre  $\xi$  el número esperado de elementos en el intervalo definido en (a) es proporcional a  $f(x) \cdot dx$ .
- c) Una vez muestreada  $\xi$ , se considera una situación en la cual la variable está condicionada y presenta una función de densidad distinta,  $g$ , también conocida. Si el muestreo se hubiera realizado en estas condiciones, el número esperado de elementos en el intervalo sería proporcional a  $g(x) \cdot dx$ .
- d) Teniendo en cuenta (b) y (c), si  $n_1$  es el número de elementos de la muestra original (no condicionada) en el intervalo alrededor de  $x$ , el número de elementos esperado en un muestreo en la situación condicionada sería  $n_2 = n_1 \cdot g(x)/f(x)$ .
- e) Teniendo en cuenta (d), si a cada uno de los  $n_1$  elementos del intervalo en la muestra a priori se le da un peso  $g(x)/f(x)$ , el intervalo tendrá una representación equivalente a la esperada en una muestra condicionada.
- f) De (e) se deduce inmediatamente que mediante la ponderación de cada elemento de la muestra a priori por el factor  $g(x)/f(x)$ , donde  $x_i$  es el valor muestreado, se obtiene una muestra representativa de la situación condicionada.
- g) Para que los pesos de ponderación se puedan interpretar como probabilidades de cada elemento basta con normalizarlos para que su suma sea 1.

El razonamiento anterior se aplica al caso que nos ocupa de forma inmediata. Para cada invierno de la serie histórica se conoce el valor de *NAOI*. Para cada uno de estos valores muestreados de *NAOI* puede calcular la densidad de probabilidad en la distribución a priori (normal de media 0,005 y desviación típica 0,999) y en la distribución condicionada (normal de media y desviación típica dadas por la predicción de *NAOI*). El cociente de ambas densidades, normalizado para que su suma sea 1, es la probabilidad asignada a cada invierno en la muestra condicionada.

En el gráfico de la figura 25 se presentan los resultados para el caso hipotético de predecir para *NAOI* una media de 0,50 y una desviación estándar de 0,85. El eje de abscisas corresponde a la variable *NAOI* y las líneas llenas representan las funciones de densidad a priori (línea verde); y predicha (línea naranja). Los puntos rojos representan la muestra de 104 datos de *NAOI*; la ordenada de cada uno de ellos es el valor de probabilidad que le corresponde en la muestra condicionada. Se comprueba que a los datos de *NAOI* alto les corresponden probabilidades mayores, con un máximo en el entorno de *NAOI*=+1,8.

Figura 25. Probabilidades en función del valor de *NAOI*



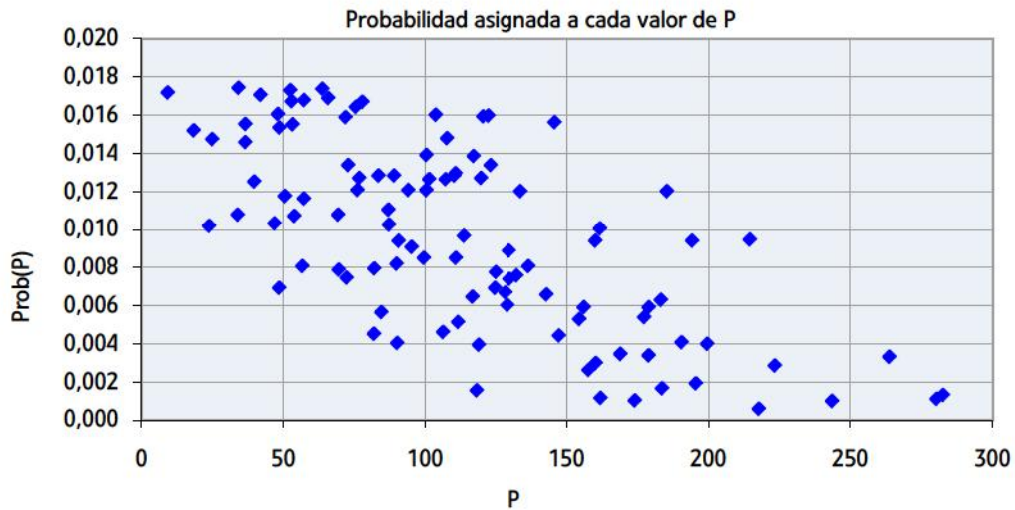
Aunque el gráfico de la figura 25 presenta las probabilidades en función del valor de *NAOI*, que es el que sirve de referencia, la probabilidad de cada punto del gráfico debe entenderse como probabilidad del correspondiente elemento de la muestra o la probabilidad de cada invierno. Esto es, la población de inviernos condicionada a la predicción de *NAOI* queda representada mediante una muestra de 104 elementos, cada uno de los cuales tiene una probabilidad distinta, determinada según se ha descrito.

De esta interpretación se obtiene, de forma inmediata, una muestra de la precipitación invernal condicionada a la predicción de *NAOI* con una muestra formada por los 104 valores registrados, asignando a cada uno de ellos la probabilidad del invierno en que se ha presentado. El gráfico de la figura 26 representa precipitación contra probabilidad de la muestra condicionada, para el caso que se ha utilizado como ejemplo (se predice para *NAOI* una media de 0,50 y una desviación estándar de 0,85).

Se comprueba que las precipitaciones bajas tienden a ser más probables, lo que se deriva del hecho de que los valores altos de *NAOI* son más probables según la predicción considerada. La relación entre precipitación y probabilidad, sin embargo, presenta una dispersión apreciable, que es la traslación de la dispersión existente en la relación entre *NAOI* y *P* (ver figura 24).

A partir de la muestra condicionada se pueden hacer inferencias sobre la precipitación invernal condicionada a la predicción de *NAOI*. Para el ejemplo, la precipitación media esperada es de 92,6 mm, sensiblemente inferior a la media a priori (113,1 mm).

Figura 26. Precipitación contra probabilidad de la muestra condicionada



La predicción de *NAOI* invernal se puede traducir en una asignación de probabilidad a posteriori para cada uno de los valores de precipitación de los 104 inviernos de los que se dispone de datos.

### 7.2.3. Determinación de las distribuciones condicionadas de aportación

Para determinar la distribución de aportaciones para invierno,  $Q$ , condicionada a un valor  $Q_0$  de aportación del mes de diciembre y a una predicción probabilística del *NAOI* invernal se sigue un razonamiento equivalente al que sirve de base a la predicción de aportaciones en el *Caso 2*, descrito anteriormente (ver epígrafe 4.2).

A continuación se expone el razonamiento con el mismo esquema que en *Caso 2*, con las modificaciones pertinentes:

- El conjunto de los 104 valores de precipitación invernal de la serie histórica de Retiro,  $P_i$ , con las respectivas probabilidades condicionadas a la predicción de *NAOI*, que llamaremos  $\pi_i$ , se puede considerar como una muestra representativa de la población de precipitaciones invernales condicionada por la predicción de *NAOI*.
- Para cada uno de estos 104 valores de precipitación,  $P_i$ , la distribución de  $Q$  condicionada a  $Q_0$  y  $P_i$  es, según el modelo, una gamma de parámetros  $\alpha$  y  $(a \cdot P_i + b \cdot Q_0) / \alpha$ . La probabilidad de no superar  $Q$  condicionada a  $Q_0$  y  $P_i$  se puede obtener directamente con la función "DISTR.GAMMA" de Excel.
- La probabilidad de no superar  $Q$ , condicionada a  $Q_0$  y a que  $P$  procede de la muestra condicionada (esto es  $P \in \{P_1, \dots, P_i, \dots, P_{104}\}$ ) y cada valor de  $P_i$  tiene una probabilidad  $\pi_i$  es el promedio de las 104 probabilidades calculadas en (b), ponderado con las probabilidades  $\pi_i$ .
- Teniendo en cuenta, por (a), que la muestra condicionada se considera representativa de la variable precipitación condicionada a la predicción de *NAOI*, la condición " $P$  extraído de la muestra" es la representación muestral de la condición "para cualquier valor de  $P$  condicionado a la predicción de *NAOI*". Por tanto, la probabilidad calculada en (c) es una estimación de la probabilidad de no superación de  $Q$  condicionada a  $Q_0$  y a la predicción de *NAOI*, es decir, es una estimación del valor de la distribución condicionada que buscamos.

El razonamiento descrito se aplica al algoritmo de la función "*f\_cond\_Q\_2*", implementada en VBA (Visual Basic for Applications). Esta es una adaptación de "*f\_cond\_Q*" que admite como parámetro, además de una muestra de precipitaciones, los valores correspondientes de probabilidad condicionada.

Como en el caso de "*f\_cond\_Q*", la función inversa simplemente realiza una búsqueda por división en la función de distribución. Esto es lo que hace la función "*f\_cond\_Q\_2\_inv*".



## 8

## Conclusiones

## 8.1. Formulación de los modelos

El punto de partida de la investigación realizada puede resumirse en los siguientes enunciados:

- La aportación de una cuenca en un mes, que llamaremos mes problema, puede considerarse una variable aleatoria para la cual existirá la correspondiente función de distribución. Esta puede aproximarse a partir de los datos históricos.
- En general, existe dependencia estadística entre la aportación del mes problema y la aportación del mes que le ha precedido, y entre la aportación del mes problema y la precipitación acumulada en el mes problema (precipitación sincrónica).
- Como consecuencia de (b), la probabilidad de una aportación  $Q$  para el mes problema condicionada a un valor de aportación del mes anterior o a un valor de precipitación sincrónica es distinta de la probabilidad a priori (o no condicionada).
- En el nivel estacional se observa un comportamiento similar, con las variables aportación de la estación problema (variable dependiente), la aportación del mes anterior y la precipitación acumulada en la estación problema (variables explicativas). En este caso, la dependencia estadística entre aportaciones es más débil.

A partir de los presupuestos anteriores, se han obtenido diversos resultados, que se sintetizan en los siguientes puntos:

- El modelo de distribución gamma representa adecuadamente las distribuciones de las aportaciones y las precipitaciones mensuales o estacionales. Según este modelo, la variable aleatoria  $Q$ , aportación de un periodo, queda representada como:

$$Q = \bar{Q} \cdot \eta, \quad \eta \rightarrow \text{gamma} \left( \alpha_L, \frac{1}{\alpha_L} \right)$$

Donde  $\bar{Q}$  representa la aportación media,  $\eta$  es una variable aleatoria, el símbolo “ $\rightarrow$ ” se utiliza con el significado “sigue la distribución” y  $\text{gamma}(\alpha, \beta)$  denota la distribución *gamma* de parámetros  $\alpha$  y  $\beta$ , formulada según se cita en el epígrafe 2.1.2. Es decir, la variable aleatoria  $Q$  queda representada por un valor medio,  $\bar{Q}$  y una variabilidad alrededor de él expresada en forma multiplicativa por un término aleatorio gamma de media unitaria.

- La siguiente formulación representa adecuadamente la variable aleatoria  $Q_{P,Q1}$ , aportación de un periodo condicionada a la precipitación del periodo,  $P$ , y a la aportación del mes anterior,  $Q1$ :

$$Q_{P,Q1} = (a \cdot P + b \cdot Q1) \xi, \quad \xi \rightarrow \text{gamma} \left( \alpha_C, \frac{1}{\alpha_C} \right)$$

Se trata de una formulación equivalente a la de la aportación no condicionada  $Q$ , pero en la que la media general es remplazada por una media dependiente linealmente de  $P$  y  $Q1$ . Esta formulación se ha mostrado más eficiente que otras ensayadas, tanto en precisión como en reproducción del comportamiento general de la variable no condicionada  $Q$ .

En esta formulación,  $a \cdot P + b \cdot Q1$  representa el valor esperado de la aportación condicionada, y  $\xi$  es la variabilidad de la estimación alrededor del valor medio, expresada como un término aleatorio multiplicativo e independiente de  $P$  y  $Q1$ .

- La formulación para  $Q_{P,Q1}$  tiene tres parámetros,  $a$ ,  $b$  y  $\alpha_c$ , de los cuales 2 se consideran ligados por la relación  $\bar{Q} = a \cdot \bar{P} + b \cdot \bar{Q1}$ , que garantiza que la representación de  $Q$  como integración de variables condicionadas conserva la media de la variable  $Q$  libre. La determinación de los parámetros se puede realizar por máxima verosimilitud en  $\xi$ , sujeto a la restricción para  $a$  y  $b$  que se acaba de citar.
- La relación  $\alpha_c / \alpha_l$  es una medida de la eficiencia del modelo para representar la aportación incorporando la información de  $P$  y  $Q1$ , puesto que  $1/\alpha_c$  y  $1/\alpha_l$  son las varianzas respectivas del término de error multiplicativo en la distribución condicionada y en la distribución libre.
- Para los casos en que no se ha identificado dependencia estadística de  $Q$  con  $P$  o con  $Q1$  la formulación anterior se modifica suprimiendo la variable correspondiente y dejando en su lugar un término independiente.

## 8.2. Aplicación de los modelos

A partir de la formulación adoptada se han ajustado los modelos de aportación condicionada para cada mes y para cada una de las 14 series de aportaciones estudiadas, con la única excepción de los casos en los que no se ha detectado dependencia estadística con ninguna de las 2 variables explicativas.

Los ajustes se han realizado a partir de las series históricas de datos de aportación mensual para los años hidrológicos 1940-41 a 2003-04. Como variable de precipitación se toma la registrada en el pluviómetro de Retiro, en Madrid.

Conocida la aportación del mes anterior y supuesta conocida la precipitación del periodo problema (mes o estación), el modelo proporciona una distribución de probabilidad para la aportación del periodo problema que, en general, presenta menos incertidumbre de la distribución a priori (la varianza del término aleatorio multiplicativo es menor o, lo que es lo mismo,  $\alpha_c > \alpha_l$ , según la notación adoptada en 8.1).

Sin embargo, la aplicación directa de los modelos así contruidos presenta el inconveniente de que la precipitación del periodo problema no es conocida a priori. La aplicación directa del modelo, que se ha denominado aplicación "Caso 1", permite evaluar el efecto de supuestos de precipitación futura (escenarios "¿Qué pasa si...?"). Sin embargo, no proporciona un pronóstico, propiamente dicho, en tanto no se disponga de información fiable sobre dicha precipitación futura.

Para proporcionar un pronóstico de aportaciones independiente del valor de la precipitación sincrónica, se ha desarrollado una aplicación del modelo, denominada "Caso 2", que integra las probabilidades condicionadas de  $Q_{P,Q1}$  para los valores de  $P$  de la muestra. Es decir, se construye la distribución estimada para  $Q_{Q1}$  a partir de las 64 distribuciones de  $Q_{P,Q1}$  que proporciona el modelo para cada uno de los 64 valores de  $P$  de la muestra.

Ambas aplicaciones de los modelos, "Caso 1" y "Caso 2", han sido implementadas en archivos Excel y la utilidad de los pronósticos que proporcionan está siendo evaluada a medida que estos pueden ser validados con los datos.

### 8.3. Predicción estacional de precipitaciones

A partir de la investigación realizada se ha llegado a las siguientes conclusiones:

- a) Los sistemas de predicción de precipitación de alcance mensual o estacional en el ámbito geográfico que interesa a Canal de Isabel II (el centro de la Península Ibérica) no parecen estar aún suficientemente desarrollados como para que las predicciones que emiten puedan aportar información relevante para el pronóstico de aportaciones.
- b) El fenómeno *ENSO* (*El Niño Southern Oscillation*) parece tener cierta influencia en el régimen de precipitaciones en el centro de la Península Ibérica, a juzgar por algunas dependencias estadísticas encontradas. En particular, se aprecia una correlación débil ( $r = 0,521$ ) pero estadísticamente significativa entre los valores estacionales de índices de *ENSO* (*SOI*, *ONI*) y la precipitación del bimestre octubre-noviembre registrada en Retiro.
- c) A pesar de (b), la debilidad de las relaciones estadísticas encontradas y la ausencia de una explicación de causa-efecto plausible han aconsejado no ensayar, en esta investigación, la posible utilización de índices *ENSO* para el pronóstico de aportaciones a embalses de Canal de Isabel II.
- d) El régimen pluviométrico invernal en el centro de la Península Ibérica está claramente relacionado con el estado de la oscilación *NAO*. La correlación es negativa y puede explicarse por la mayor extensión de la influencia de los centros de altas presiones del Atlántico subtropical asociada a la fase positiva de *NAO*. Los coeficientes de correlación están en el entorno de 0,7 (es decir: la correlación con *NAO* puede explicar alrededor de 50 por ciento de varianza de las precipitaciones invernales).
- e) El estado de *NAO* invernal es susceptible de predicción. Estas predicciones pueden servir para anticipar cuán lluvioso va a ser el invierno en la zona central de la Península Ibérica. La calidad de las predicciones de *NAOI* en el estado actual de la ciencia meteorológica es aún limitada, pero se considera suficiente para intentar mejorar la precisión de los pronósticos de aportaciones a medio plazo para las cuencas de los embalses de Canal de Isabel II.
- f) Se ha desarrollado una metodología para integrar las predicciones de *NAOI* invernal, ofrecidas por el *Benfield Hazard Research Centre* (BHRC), en los modelos de pronóstico de aportaciones invernales desarrollados. La implementación de esta metodología ha dado lugar a lo que se ha denominado aplicación del modelo "Caso 3". La mejora de la capacidad de pronóstico que pueda proporcionar esta aplicación "Caso 3" dependerá de la precisión de las predicciones de *NAOI*.

## 9

## Anexos

**Anexo 1. Referencias**

BHRC, internet

VV.AA.

Boletines de predicción y de verificación de índices de NAO invernal, años 2001 a 2005. Benfield Hazard Research Centre, University College London. Publicados en internet, [www.benfieldhrc.org](http://www.benfieldhrc.org)

Canal de Isabel II, 2006

Cuadernos de I+D+i, nº 2, Identificación de rachas y tendencias hidro-meteorológicas en el ámbito de Canal de Isabel II. Madrid, 2006.

Canal de Isabel II, 2011

Cuadernos de I+D+i, nº 16, Integración de la predicción meteorológica en los módulos de gestión del sistema de abastecimiento de Canal de Isabel II, mediante modelos de aportación diaria. Madrid, 2011.

HURRELL et al., 2003

Hurrell, J.W., Y. Kushnir, M. Visbeck, and G. Ottersen, 2003. An Overview of the North Atlantic Oscillation. En The North Atlantic Oscillation: Climate Significance and Environmental Impact, J.W. Hurrell, Y. Kushnir, G. Ottersen, and M. Visbeck, Eds. Geophysical Monograph Series, 134, pp. 1-35.

MET OFFICE, internet

[www.metoffice.gov.uk](http://www.metoffice.gov.uk) (página web del servicio meteorológico del Reino Unido).

Diversos contenidos de predicción meteorológica trimestral.

WANNER et al., 2001

Wanner, H., S. Brönimann, C. Casty, D. Gyalistras, J. Luterbacher, C. Schmutz, D. B. Stephenson, E. Xoplaki: North Atlantic Oscillation – Concepts and Studies. Surveys in Geophysics 22, pp. 321–382.

Kluwer Academic Publishers, 2001.

WMO 2002

World Meteorological Organization. Standardised Verification System (SVS) for Long-Range Forecasts (LRF) version 3.0. WMO, 2002.

## Anexo 2. Índice de figuras

Figuras		Páginas
a	Embalse El Vado	8
b	Ejemplo gráfico de predicción regional de precipitaciones con alcance trimestral, elaboradas por Met Office	9
1	Distribuciones estadísticas	17
2	Regresión $Q_{may}$ vs $P_{may} \cdot Q_{abr}$	20
3	Distribuciones estadísticas, El Vado	25
4	Aportaciones estimadas para El Vado según el modelo TA multiplicativo	27
5	Aportaciones estimadas para El Vado según el modelo Gamma	27
6	Distribución de la aportación agregada de enero para aportación agregada de diciembre de $60 \text{ hm}^3$ y precipitación de enero en el percentil 40	37
7	Histograma de probabilidad de la aportación agregada de enero en el mismo supuesto que la figura 6	37
8	Distribución de la aportación agregada de enero, para aportación agregada de diciembre de $60 \text{ hm}^3$	38
9	Histograma de probabilidad de la aportación agregada de enero, en el mismo supuesto de la figura 8 anterior	38
10	Modelo para el trimestre AMJ de la serie agregada	41
11	Aportaciones trimestre AMJ de la serie agregada	41
12	Predicción de Met Office (UK), alcance 2-4 meses para Península Ibérica	45
13	Predicción de Met Office (UK), para Península Ibérica, septiembre 2005. Alcance: Octubre/noviembre/diciembre 2005	47
14	Valores del índice de precisión " <i>skill</i> " predicciones de Met Office (UK) para Península Ibérica	48
15	Serie temporal completa de valores SOI mensual estandarizado, (enero 1951 a noviembre 2005)	52
16	Autocorrelograma, SOI mensual	53
17	Autocorrelograma parcial, SOI mensual	53
18	Capacidad predictiva de SOI estival para precipitación de otoño	56
19	Autocorrelograma de ONI trimestral	58
20	Autocorrelograma parcial de ONI trimestral	58
21	ONI de agosto y precipitación de otoño en Retiro	60
22	NAOI mensual	63
23	NAOI y ONI trimestrales	64
24	Correlación invernal en Retiro	66
25	Probabilidades en función del valor de NAOI	71
26	Precipitación contra probabilidad de la muestra condicionada	72

## Anexo 3. Índice de tablas

Tablas		Páginas
a	Títulos en la colección de Cuadernos de I+D+i	5
1	Coefficiente de correlación (r), su significación estadística bilateral (p) y coeficiente de determinación ( $r^2$ ) con la aportación del mes anterior	15
2	Coefficiente de correlación (r), su significación estadística bilateral (p) y coeficiente de determinación ( $r^2$ ) entre aportación mensual y precipitación mensual en Retiro	16
3	Modelo de regresión lineal	17
4	Modelo lineal con intersección 0	18
5	Modelo lineal con término de interacción	18
6	Modelo lineal con término de interacción exclusivamente	19
7	Parámetros del modelo lineal con error multiplicativo	21
8	Parámetros del modelo logarítmico	22
9	Parámetros del modelo con variabilidad gamma	23
10	Comparación de modelos	25
11	Parámetros de los modelos de enero	29
12	Parámetros de los modelos de febrero	30
13	Parámetros de los modelos de marzo	30
14	Parámetros de los modelos de abril	31
15	Parámetros de los modelos de mayo	31
16	Parámetros de los modelos de junio	32
17	Parámetros de los modelos de julio	32
18	Parámetros de los modelos de agosto	33
19	Parámetros de los modelos de septiembre	33
20	Parámetros de los modelos de octubre	34
21	Parámetros de los modelos de noviembre	34
22	Parámetros de los modelos de diciembre	35
23	Parámetros de los modelos del trimestre OND	42
24	Parámetros de los modelos del trimestre EFM	42
25	Parámetros de los modelos del trimestre AMJ	43
26	Parámetros de los modelos del trimestre JAS	43
27	Categorías de predicción de precipitación en función de las probabilidades predichas para los terciles	45
28	Predicciones categóricas y probabilísticas de precipitación trimestral para el centro de la Península Ibérica según los mapas publicados en internet de Met Office. Alcance de 2a4 meses	49
29	Predicciones categóricas y probabilísticas de precipitación trimestral para el centro de la Península Ibérica, y precipitaciones trimestrales observados en Retiro	49
30	Umbrales del tercil central para las precipitaciones trimestrales en Retiro (serie 1901-2004)	49

31	Correlación de las series de SOI mensual de un mes, con las del mes anterior	53
32	Correlación de las series de SOI trimestrales, con SOI trimestral del trimestre anterior, por trimestres	54
33	Coefficientes de correlación entre el SOI trimestral y la precipitación trimestral en Retiro. El alcance es el número de trimestres en que el dato de P es posterior al dato de SOI	54
34	Correlación de SOI mensual - P OND	55
35	Contingencia entre terciles de SOI estival y precipitación de otoño	55
36	Correlación de ONI de un mes con SOI trimestral sincrónico	57
37	Parámetros del modelo ARIMA (2,0,0) de la serie ONI trimestral	57
38	Correlación de ONI trimestral con ONI trimestral del trimestre anterior, por trimestres	57
39	Correlaciones significativas entre P trimestral (Retiro) y ONI mensual sincrónico o anterior	59
40	Tabla de contingencia entre terciles de SOI estival y precipitación de otoño	60
41	Correlación entre las series de NAOI mensual SB_NAOI de Jim Hurrell y NAOI integrado de CPC	62
42	Coefficiente de correlación entre series ONI y NAO trimestral, diversos desplazamientos	62
43	Coefficiente de correlación entre las series de NAOI mensual y precipitación mensual sincrónica (Retiro)	66
44	Coefficiente de correlación entre índices NAO invernales y precipitación acumulada invernal en Retiro	66
45	Tabla de contingencia entre terciles de DJF, PCB, NAOI y precipitación de invierno (EFM)	66

Canal de  Isabel II